

Алгебра

Часть 2
ЗАДАЧНИК

7

$$y = f(x), y = x^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$ax + by = c \quad y = kx + l$$

$$ax + b = cx + d (a \neq c)$$

$[a; b]$

$(-\infty; m)$

$[t; s]$

$$a^0 = 1 (a \neq 0) \quad a^1 = a$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}} \\ (n = 2, 3, 4, \dots)$$

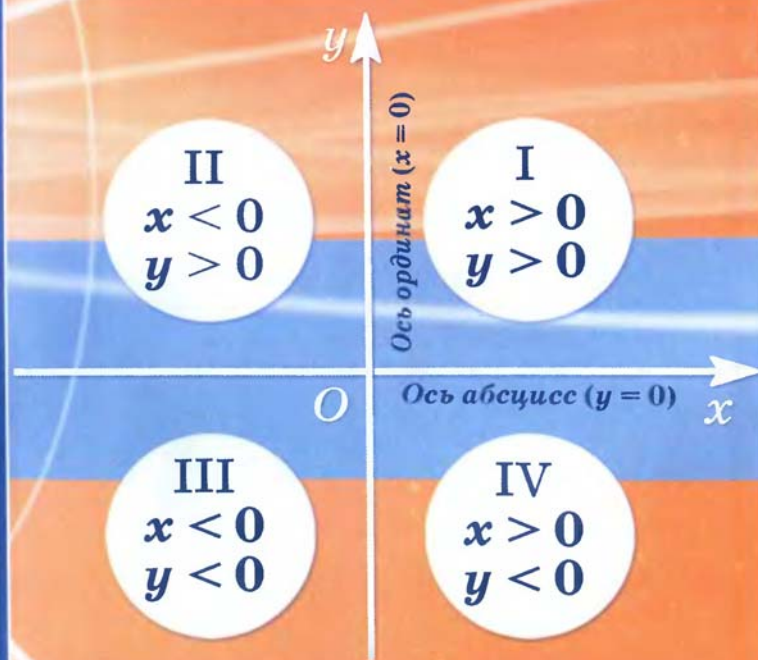
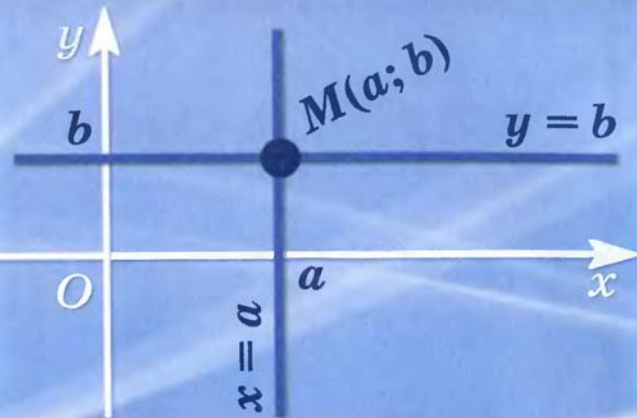
$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$(a^n)^k = a^{nk}$$





За разработку и внедрение
новой концепции изучения курсов алгебры
в общеобразовательных учреждениях
авторам учебно-методических комплектов
для 7 — 11 классов
(руководитель — А. Г. Мордкович)
присуждена премия
Президента Российской Федерации
в области образования за 2001 год

Алгебра

7

класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

**для учащихся
общеобразовательных учреждений**

Под редакцией А. Г. Мордковича

*Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации*

13-е издание, исправленное и дополненное



Москва 2009

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
А45

На учебник получены положительные заключения
Российской академии наук (№ 2–10106–5215/1433 от 25.10.2006)
и Российской академии образования (№ 01–186/5/7д от 19.07.2006)

Авторы:

*А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина,
Е. Е. Тульчинская*

**Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся обще-
образовательных учреждений / [А. Г. Мордкович и др.] ; под
ред. А. Г. Мордковича. — 13-е изд., испр. и доп. — М. : Мнемозина, 2009. — 270 с. : ил.**

ISBN 978-5-346-01199-6

Задачник содержит разнообразные системы упражнений, тщательно выстроенные на четырех уровнях — по степени нарастания трудности.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

ISBN 978-5-346-01197-2 (общ.)
ISBN 978-5-346-01199-6 (ч. 2)

© «Мнемозина», 1997
© «Мнемозина», 2009,
с изменениями
© Оформление. «Мнемозина», 2009
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Учебно-методический комплект для изучения курса алгебры в 7-м классе общеобразовательной школы, выпускаемый издательством «Мнемозина», состоит из следующих элементов:

А. Г. Мордкович. Алгебра–7. Часть 1. Учебник.

А. Г. Мордкович и др. Алгебра–7. Часть 2. Задачник.

А. Г. Мордкович. Алгебра–7. Методическое пособие для учителя.

Л. А. Александрова. Алгебра–7. Контрольные работы / Под ред. А. Г. Мордковича.

Л. А. Александрова. Алгебра–7. Самостоятельные работы / Под ред. А. Г. Мордковича.

Е. Е. Тульчинская. Алгебра–7. Блицопрос.

В. В. Шеломовский. Электронное сопровождение курса «Алгебра–7» / Под ред. А. Г. Мордковича.

Обращаем внимание учителя на то, что этот комплект существенно отличается от наших пособий, изданных в период 1997—2006 гг.

У вас в руках вторая книга комплекта — задачник. Выделение в отдельную книгу задачника позволило авторам создать избыточную по объему систему упражнений, обеспечивающую учителю более чем достаточный материал для работы в классе и для домашних заданий без привлечения других источников.

Во всех параграфах (кроме раздела «Итоговое повторение») упражнения сгруппированы по двум блокам. Первый (до черты) содержит задания двух базовых уровней: устные (полуюстные) и задания средней трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок о); второй блок (после черты) содержит задания уровня выше среднего или повышенной трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок ●). К большинству задач второго, третьего и четвертого уровней приведены ответы. Методы решения упражнений четвертого уровня рассмотрены в книге для учителя.

Число заданий в каждом номере унифицировано: либо одно, либо два (а) и б)), либо четыре (а), б), в), г)). Все они однотипны в пределах данного номера, поэтому советуем рассматривать в классе задания а) и б), а для работы дома предлагать задания в) и г).

Каждая глава заканчивается разделом «Домашняя контрольная работа» (в двух вариантах). Мы предполагаем, что эту работу учащиеся будут выполнять постепенно в процессе изучения данной темы и сдавать учителю на проверку по мере готовности.

Не следует стремиться решить с учениками все упражнения. Их чересчур много, это сделано нами сознательно, чтобы у учителей была возможность выбора. Этот выбор диктуется уровнем подготовленности класса и собственными методическими взглядами учителя, а потому имеет заведомо творческий характер.

Обращаем внимание учителей на то, что, начиная с этого издания, в задачнике имеется Приложение «Элементы статистической обработки данных» (его автор — П. В. Семенов). Оно состоит из восьми пунктов, в каждом из которых задачи сопровождаются небольшими теоретическими комментариями. Первые 5—8 задач каждого пункта Приложения связаны с математической статистикой, а две последние задачи — с простейшей комбинаторикой или нахождением простейших вероятностей.

По мнению авторов, изложение столь нового для школьников (и учителей) учебного материала нельзя отрывать от основного русла школьного курса математики. По этой причине более 70 % задач Приложения составлены с опорой на тот материал (переменные, уравнения, линейные функции, степени с натуральными показателями, одночлены, многочлены), который излагается в главах 1—8 учебника и задачника. Тем самым решение задач пункта 1 Приложения в определенной степени поможет повторить и закрепить материал главы 1. Аналогично решение задач пункта 2 можно рассматривать как закрепление и повторение комплекса понятий и задач главы 2 и т. д. Можно несколько укрупнить рассматриваемые блоки задач: например, к первым двум пунктам Приложения переходить после изучения глав 1 и 2 учебника и задачника. С таким объединением, конечно, надо знать меру: мы категорически не рекомендуем начинать решение задач Приложения только после того, как изучены все главы 1—8.

Авторы

**§ 1. ЧИСЛОВЫЕ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ
ВЫРАЖЕНИЯ**

Используя термины «сумма» и «разность», прочитайте выражение и найдите его значение:

- 1.1. а) $3,5 + 4,5$; в) $-3,5 + 4,5$;
 б) $3,5 + (-4,5)$; г) $-3,5 + (-4,5)$.

- 1.2. а) $3,5 - 4,5$; в) $-3,5 - 4,5$;
 б) $3,5 - (-4,5)$; г) $-3,5 - (-4,5)$.

- 1.3. Запишите числовое выражение и найдите его значение:

- а) сумма чисел 15 и 7,5;
б) разность чисел 36,6 и $5\frac{1}{3}$;
в) произведение чисел 13,7 и 3,5;
г) частное от деления числа $7\frac{2}{3}$ на число $2\frac{1}{3}$.

Используя термины «произведение» и «частное», прочитайте выражение и найдите его значение:

- 1.4. а) $1,5 \cdot 3$; в) $1,5 \cdot (-3)$;
 б) $-1,5 \cdot 3$; г) $-1,5 \cdot (-3)$.

1.5. а) $1,5 : 3$; в) $1,5 : (-3)$;
 б) $-1,5 : 3$; г) $-1,5 : (-3)$.

Используя термины «сумма», «разность», «произведение» и «частное», прочитайте выражение и найдите его значение:

○1.6. а) $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}\right) \cdot 6$; в) $2\frac{1}{2} \cdot 6 + 3\frac{1}{3}$;

б) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} \cdot 6$; г) $2\frac{1}{2} \cdot 2 + 3\frac{1}{3} \cdot 3$.

○1.7. а) $\left(4\frac{1}{3} + 3\frac{1}{5}\right) : 113$; в) $17 : \left(4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{5}\right)$;

б) $\left(6 - 7\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)$; г) $\left(15 - 4\frac{1}{8}\right) \cdot \left(3\frac{14}{15} - 2\frac{3}{5}\right)$.

Найдите значение числового выражения:

○1.8. а) $7 : 2\frac{1}{3} + 4 : 1\frac{1}{3}$; в) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{5}{8}$;

б) $\left(12\frac{2}{5} - 6\frac{1}{5}\right) : 7\frac{3}{4}$; г) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - \left(1\frac{11}{12} - \frac{1}{3}\right) : 4\frac{3}{4}$.

○1.9. а) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$;

б) $(0,008 + 0,992) : (5 \cdot 0,6 - 1,4)$.

Запишите числовое выражение и найдите его значение:

○1.10. а) Сумма числа $3\frac{1}{3}$ и произведения чисел 2,5 и 16;

б) разность между произведением чисел $2\frac{1}{7}$ и $2\frac{4}{5}$ и числом 2,4;

в) произведение суммы чисел 2,4 и 5,6 и их разности;

г) частное от деления разности чисел $1\frac{6}{19}$ и $\frac{25}{38}$ на большее из них.

○1.11. а) Сумма числа $2\frac{1}{3}$ и произведения чисел 2,4 и 15;

б) разность между произведением чисел $2\frac{2}{25}$ и $1\frac{9}{16}$ и числом 1,25;

в) произведение суммы чисел 3,8 и 5,2 и их разности;

г) частное от деления разности чисел $4\frac{8}{15}$ и $1\frac{1}{3}$ на меньшее из них.

1.12. Составьте числовое выражение, значение которого равно 7, используя при этом:

- а) только одно действие; в) вычитание и деление;
б) сложение и умножение; г) сложение и вычитание.

1.13. Составьте числовое выражение, значение которого равно -2,5, используя при этом:

- а) только одно действие; в) вычитание и умножение;
б) сложение и деление; г) сложение и вычитание.

1.14. Какие свойства действий позволяют, не выполняя вычислений, утверждать, что верны равенства:

- а) $247 + 35 = 35 + 247$;
б) $96 \cdot 18 = 18 \cdot 96$;
в) $14 + (21 + 971) = (14 + 21) + 971$;
г) $13 \cdot (4 + 18) = 13 \cdot 4 + 13 \cdot 18$?

Вычислите наиболее рациональным способом:

- 1.15. а) $\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7$;
б) $\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot 14$; г) $\left(12\frac{2}{9} + 24\frac{2}{3} - 16\frac{2}{15}\right) : 2$.

- 1.16. а) $4,16 + 2,5 + 6,04 + 3,5$;
б) $7,3 + 1,6 - 0,3 - 0,6$;
в) $-1,06 + 0,04 - 7,04 + 2,16$;
г) $18,9 - 6,8 - 5,2 + 4,1$.

- 1.17. а) $7,8 \cdot 6,3 + 7,8 \cdot 13,7$; в) $17,96 \cdot 0,1 - 0,1 \cdot 81,96$;
б) $42,4 \cdot \frac{3}{4} - 2,4 \cdot \frac{3}{4}$; г) $6\frac{1}{5} \cdot 4,8 + 6\frac{1}{5} \cdot 5,2$.

○1.18. Найдите:

- а) число секунд в a часах;
б) число минут в x сутках;
в) скорость в метрах в минуту, если она равна x км/ч;
г) скорость в километрах в час, если она равна u м/с.

1.19. Найдите значение выражения:

- а) $3x$, если $x = -3,5$; в) $-5y$, если $y = -0,3$;
б) $x + 3$, если $x = -3\frac{1}{3}$; г) $y - 5$, если $y = 3,5$.

Найдите значение выражения:

- 1.20. а) $8c + 12d$ при $c = 3$, $d = -2$;
б) $u - 3v$ при $u = 6$, $v = -2$;
в) $8z - 11t$ при $z = -5,5$, $t = -4$;
г) $5p - 4q$ при $p = -\frac{2}{5}$, $q = 0,5$.

1.21. $5x - 3y$, если:

- а) $x = 7$, $y = 4$;
б) $x = 6,5$, $y = 2,1$;
в) $x = 12\frac{2}{5}$, $y = 9\frac{2}{3}$;
г) $x = 18$, $y = 7,4$.

○1.22. $\frac{6a + 7b}{3a - 4b}$, если:

- а) $a = 20$, $b = 12$; в) $a = 10,8$, $b = 6$;
б) $a = 2,4$, $b = 0,8$; г) $a = 12$, $b = 5,6$.

○1.23. Преобразуйте выражение и найдите его значение:

- а) $2a + 2b$, если $a = -4,1$, $b = 4,05$;
б) $2,5a - 7,5a + 1$, если $a = 0,1$;
в) $5x - 5y$, если $x = -6,2$, $y = -6,02$;
г) $2\frac{1}{3}b - 4 + 1\frac{2}{3}b$, если $b = \frac{3}{4}$.

Упростите выражение и найдите его значение:

- 1.24. а) $-6a + 7b + 3a - 4b$, если $a = 3,2$, $b = 4,2$;
б) $1,5x - 9y - (y + 1,5x)$, если $x = 0,781$, $y = 0,9$;
в) $14a - 12b - a - b$, если $a = \frac{2}{7}$, $b = -\frac{5}{7}$;
г) $0,7y - (0,2x - 0,3y) + 0,2x$, если $x = 3,245$, $y = -0,14$.

○1.25. а) $3(2x + y) - 4(2y - x)$, если $x = 0,2$, $y = -\frac{2}{5}$;

б) $7\left(\frac{2}{7}x - \frac{3}{14}y\right) - 4\left(\frac{7}{2}x - \frac{3}{8}y\right)$, если $x = \frac{5}{6}$, $y = 1$;

в) $2(4a - 0,5b) - (3a - 7b)$, если $a = -0,4$, $b = \frac{1}{3}$;

г) $-6\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}b\right) + 4\left(0,75a - \frac{1}{12}b\right)$, если $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$.

- 1.26. Пусть a см и b см длины сторон прямоугольника, P см — его периметр, S см² — площадь. Заполните таблицу:

a	1	2	4			1,2	0,8	
b	1	3,5		2	$\frac{1}{3}$			$\frac{2}{9}$
P				14		3,6		$4\frac{4}{9}$
S			12		$\frac{7}{3}$		0,48	

- 1.27. Известно, что $a + b = 10$, $c = 7$. Найдите:

а) $a + b + 2c$; б) $\frac{a+b}{2} - c$; в) $\frac{a+b+c}{2}$; г) $\frac{7(a+b)+2c}{3c+1}$.

- 1.28. а) Если $a - b = 12$, то чему равно $b - a$?

б) Если $\frac{b}{a} = 3$, то чему равно $\frac{a}{b}$?

в) Если $c - d = 0$, то чему равно $d - c$?

г) Если $\frac{c}{d} = 0,3$, то чему равно $\frac{d}{c}$?

- 1.29. Сравните значения выражений $a^2 - b^2$ и $(a - b)(a + b)$, если:

а) $a = 17$, $b = 13$; в) $a = -13$, $b = -5$;

б) $a = -15$, $b = 12$; г) $a = 5$, $b = -4$.

- 1.30. Найдите значения выражений $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ и $a + b$, если:

а) $a = 1$, $b = 2$; в) $a = 1,4$, $b = 1$;

б) $a = 3$, $b = 1$; г) $a = -3$, $b = 1$.

- 1.31. Вычислите $\frac{2x^2 - 2y^2}{(x+y)(x-y)}$, если:

а) $x = 2$, $y = 3$; в) $x = -2$, $y = 0$;

б) $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{3}$; г) $x = 1,3$, $y = -0,5$.

- 1.32. Сравните значения выражений $x^2 - 2xy + y^2$ и $(x - y)^2$, если:

а) $x = 8$, $y = 3$; в) $x = -10$, $y = -2,6$;

б) $x = 7,6$, $y = -1,4$; г) $x = -1,5$, $y = 3$.

○1.33. Найдите значения выражений $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - b}$ и $a - b$, если:

- а) $a = -13$, $b = 12$;
- б) $a = 2,4$, $b = 2,3$;
- в) $a = -3,5$, $b = -2,5$;
- г) $a = 7,4$, $b = -3,6$.

При каких значениях переменных имеет смысл выражение:

- 1.34. а) $x^2 + 5$; б) $\frac{3}{a}$; в) $7y^2 + 8$; г) $\frac{9}{5b}$?
- 1.35. а) $\frac{12}{x+3}$; б) $\frac{a-6}{a+2}$; в) $\frac{25}{9+d}$; г) $\frac{47+c}{c+13}$?
- 1.36. а) $\frac{z}{5z-15}$; б) $\frac{t}{45t-90}$; в) $\frac{m}{9m-81}$; г) $\frac{n}{36-6n}$?
- 1.37. Значение дроби $\frac{a}{b} = 0$. Что можно сказать о дроби $\frac{b}{a}$?
Ответ объясните.
-

1.38. Составьте числовое выражение, значение которого равно $\frac{5}{6}$, используя при этом:

- а) только одно действие; в) умножение и деление;
- б) сложение и вычитание; г) сложение и деление.

1.39. Составьте числовое выражение, значение которого равно $-3\frac{1}{5}$, используя при этом:

- а) только одно действие;
- в) деление и умножение;
- б) сложение и деление;
- г) сложение и умножение.

1.40. Даны два числа 18 и 12. Запишите и найдите значение:

- а) произведения большего из чисел и разности квадратов этих чисел;
- б) частного от деления меньшего из этих чисел на их полусумму;
- в) суммы большего из этих чисел и частного от деления большего на меньшее;
- г) разности произведения этих чисел и их частного.

1.41. Даны два числа 7,2 и 6,4. Запишите и найдите значение:

- а) произведения большего из чисел и полуразности этих чисел;
- б) частного от деления меньшего из этих чисел на разность их квадратов;
- в) суммы большего из этих чисел и частного от деления большего на меньшее;
- г) частного от деления большего числа на меньшее.

1.42. Найдите значение числового выражения:

- а) $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65$;
- б) $\left(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625$;
- в) $\left(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}\right) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$;
- г) $\left(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}\right) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} \cdot 0,1625$.

1.43. Докажите, что значение дроби равно нулю:

- а) $\frac{\left(2\frac{1}{10} : 2 - 1,8\right) \cdot 0,4 + 0,3}{3,15 : 22,5}$;
- б) $\frac{\left(1,24 - 1\frac{1}{25}\right) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} : \frac{1}{3}}{1,4 : 0,1 - 2}$.

1.44. Докажите, что данная дробь не имеет смысла:

- а) $\frac{3,5 \cdot 1,24}{10 + 1,6 : \left(\frac{3}{5} \cdot 0,4 - 0,4\right)}$;
- б) $\frac{4,2 : 2 - 1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(0,8 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}$.

●**1.45.** В выражении $7 \cdot 6 + 24 : 3 - 2$ расставьте скобки так, чтобы его значение было:

- а) наименьшим;
- б) наибольшим.

●**1.46.** Составьте числовое выражение, значение которого равно 100, используя перечисленные цифры и не меняя порядок их следования:

- а) 1, 2, 3, 4, 5;
- б) пять единиц;
- в) пять пятерок;
- г) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- 1.47. Составьте числовые выражения, используя в их записи только четыре четверки, так, чтобы эти выражения принимали следующие значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

§ 2. ЧТО ТАКОЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

Запишите на математическом языке:

- 2.1. а) Сумму чисел a и b ;
 б) разность чисел c и d ;
 в) произведение чисел x и y ;
 г) частное от деления числа t на число u .
- 2.2. а) Полусумму чисел z и x ; в) квадрат числа x ;
 б) полуразность чисел p и q ; г) куб числа y .
- 2.3. а) Сумму числа x и произведения чисел a и b ;
 б) разность числа y и частного от деления числа a на число b ;
 в) произведение числа a и суммы чисел b и c ;
 г) частное от деления числа z на разность чисел x и y .
- 2.4. а) Утроенную сумму чисел m и n ;
 б) удвоенную разность чисел p и q ;
 в) произведение полусуммы чисел x и y и числа z ;
 г) частное от деления числа p на полуразность чисел a и b .
- 2.5. а) Квадрат суммы чисел a и b ;
 б) куб разности чисел x и y ;
 в) разность квадратов чисел t и w ;
 г) сумму кубов чисел c и d .
- 2.6. а) Отношение суммы чисел m и n к их произведению;
 б) отношение разности чисел c и d к удвоенной сумме этих чисел;
 в) отношение суммы квадратов чисел m и n к их произведению;
 г) отношение разности кубов чисел p и q к их удвоенной сумме.

Используя математические термины, прочитайте выражение:

- 2.7. а) $x + 2$; б) $c - d$; в) $8z$; г) $\frac{p}{q}$.
- 2.8. а) $a^2 + b^2$; б) $x^2 \cdot y^2$; в) $z^3 + t^3$; г) $m^3 - n^3$.
- 2.9. а) $(s + p)^2$; б) $(u - v)^2$; в) $(p + q)^3$; г) $(f - q)^3$.
- 2.10. а) $\frac{x+y}{2}$; б) $\frac{a-b}{2}$; в) $\frac{xy}{2(x-y)}$; г) $\frac{x+y}{xy}$.

2.11. Запишите утверждение на математическом языке:

- а) от перестановки мест слагаемых сумма не изменится;
- б) от перестановки мест множителей произведение не изменится;
- в) чтобы к числу прибавить сумму двух чисел, можно сначала прибавить к нему первое слагаемое, а затем к полученной сумме второе слагаемое;
- г) чтобы к числу прибавить разность двух чисел, можно сначала прибавить к нему уменьшаемое, а затем из полученной суммы вычесть вычитаемое.

Переведите с математического языка на обычный следующие утверждения:

- 2.12. а) $a + (b + c) = (a + b) + c$; в) $a + 0 = a$;
б) $a - (b + c) = a - b - c$; г) $a \cdot 1 = a$.

- 2.13. а) $a \cdot 0 = 0$; в) $\frac{a}{1} = a$;
б) $\frac{0}{a} = 0$, где $a \neq 0$; г) $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, где $a \neq 0$.

Запишите данное утверждение и ответы на поставленные вопросы на математическом языке:

2.14. Периметр P прямоугольника равен удвоенной сумме его сторон a и b .

- а) Чему равен полупериметр p прямоугольника?
- б) Как найти сторону прямоугольника, зная полупериметр и другую его сторону?
- в) Как найти сторону прямоугольника, зная периметр и другую его сторону?
- г) Чему равен периметр квадрата со стороной a ?

2.15. Площадь S прямоугольника равна произведению его сторон a и b .

- а) Как найти сторону прямоугольника, зная его площадь и другую сторону?
- б) Как найти площадь квадрата, зная его сторону?

2.16. Скорость движения v равна отношению расстояния s к времени движения t .

- а) Как найти расстояние, пройденное телом, зная его скорость и время движения?
- б) Как найти время движения, зная скорость и расстояние, пройденное телом?

○2.17. Запишите на математическом языке:

- а) чему равен объем V куба со стороной a ;
- б) чему равна площадь S поверхности куба со стороной a ;
- в) чему равен объем V прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны a, b, c ;
- г) чему равна площадь S поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны a, b, c .

Используя математические термины, прочитайте выражение:

2.18. а) $3(x + y)^2$; б) $2(a + b)^3$; в) $2(p - q)^2$; г) $3(z - r)^3$.

2.19. а) $\frac{(m - n)^2}{2}$; в) $\frac{(a + b)^3}{3}$;

б) $\frac{(t + w)^2}{2}$; г) $\frac{(p - q)^2}{4}$.

Запишите утверждение на математическом языке:

- 2.20. а) Для того чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить;
- б) для того чтобы умножить число на разность двух чисел, можно это число умножить на уменьшаемое и на вычитаемое, а затем из первого произведения вычесть второе;
- в) для того чтобы из числа вычесть сумму двух чисел, можно из этого числа вычесть первое слагаемое, а затем из полученной разности вычесть второе слагаемое;
- г) для того чтобы из числа вычесть разность двух чисел, можно из этого числа вычесть уменьшаемое, а затем к полученной разности прибавить вычитаемое.
- 2.21. а) Величина дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель умножить на одно и то же число, не равное нулю;
- б) величина дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель разделить на одно и то же число, не равное нулю;
- в) чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить отдельно числители и знаменатели, первое произведение взять в качестве числителя произведения, а второе — в качестве его знаменателя;
- г) чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

- 2.22. а) Отношение чисел a и b равно отношению чисел x и y ;
 б) сумма чисел x и 4 так относится к числу y , как 3 относится к 5;
 в) отношение разности чисел c и d к их сумме равно отношению числа d к квадрату числа c ;
 г) разность чисел x и y так относится к числу y , как число x относится к сумме чисел x и y .
- 2.23. а) Чтобы найти число b , составляющее $p\%$ от числа a , надо умножить число a на p и разделить полученное произведение на 100;
 б) чтобы найти число a , зная, что $p\%$ от него равны числу b , надо число b умножить на 100 и полученное произведение разделить на p ;
 в) в верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних;
 г) если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние, то полученные пропорции также верны.

§ 3. ЧТО ТАКОЕ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Перейдите от словесной модели к математической:

- 3.1. а) Произведение чисел x и y равно 9;
 б) частное от деления числа a на число b равно 2;
 в) числа b и c равны;
 г) числа $2p$ и $3q$ равны.
- 3.2. а) Число a на 18 больше числа b ;
 б) число b на 39 меньше числа c ;
 в) число x в 6 раз больше числа y ;
 г) число a в 29 раз меньше числа b .
- 3.3. а) Сумма чисел a и b равна 43;
 б) разность чисел m и n равна 214;
 в) сумма чисел a и b на 6 меньше их произведения;
 г) разность чисел p и q на 17 больше их частного.
- 3.4. Для чисел a, b, c, d :
 а) сумма первых двух чисел равна разности четвертого и третьего чисел;
 б) разность первого и четвертого чисел равна сумме второго и третьего чисел;
 в) первое число равно сумме трех остальных;
 г) сумма первых двух чисел равна удвоенной разности двух последних.

Изобразите графическую модель ситуации:

- 3.5. а) На координатной прямой точка a расположена левее точки b ;
б) на координатной прямой точка a расположена правее точки b .

Запишите на математическом языке, чему равно расстояние между точками a и b .

- 3.6. а) На координатной прямой дана точка $A(a)$ и точки $B(a + 3)$, $C(a - 1)$, $D(a + n)$;
б) на координатной прямой даны точка $B(b)$ и точка X , удаленная от точки B на расстояние, равное 5;
в) расстояние от точки $O(0)$ до точки T равно m единичных отрезков;
г) расстояние от точки $A(a)$ до точки B равно r единичных отрезков.

Составьте математическую модель данной ситуации:

- 3.7. Первый рабочий выполняет задание за t ч, а второй такое же задание — за v ч, при этом первый работает на 3 ч больше, чем второй.
- 3.8. Три килограмма яблок стоят столько же, сколько два килограмма груш. При этом известно, что 1 кг яблок стоит x р., а 1 кг груш стоит y р.
- 3.9. Стоимость стакана мандаринового сока a р., а стакана виноградного сока — b р. Известно, что 5 стаканов виноградного сока стоят столько же, сколько 6 стаканов мандаринового сока.
- 3.10. В первом вагоне находится x т груза, а во втором — y т. Если из первого вагона выгрузить $5\frac{4}{5}$ т, а во второй добавить $14\frac{1}{5}$ т, то в обоих вагонах груза станет поровну.
- 3.11. Первое число равно x , второе в 1,5 раза больше первого. Если к первому числу прибавить 3,7, а из второго числа вычесть 5,36, то получатся одинаковые результаты.
- 3.12. Первое число равно z , а второе на 6 больше первого, при этом $\frac{1}{3}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго.
- 3.13. На стройке работало 5 бригад по a человек в каждой и 3 бригады по b человек в каждой, при этом всего на стройке работало m человек.

- 3.14. Первое число равно s , второе число в 1,4 раза больше первого. Если из второго числа вычесть 5,2, а к первому прибавить 4,8, то получатся равные результаты.
- 3.15. В первом букете d роз, а во втором в 4 раза больше, чем в первом. Когда к первому букету добавили 15 роз, а ко второму — 3 розы, в обоих букетах роз стало поровну.
- 3.16. Первое число равно x , а второе на 2,5 больше первого. Известно, что $\frac{1}{5}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго.
- 3.17. У Миши x марок, а у Андрея y марок. Если Миша отдаст Андрею 8 марок, то у Андрея станет марок вдвое больше, чем останется у Миши.
- 3.18. Автомобиль проехал x км по шоссе и y км по проселочной дороге, причем по шоссе он проехал большую часть пути.
- Сколько всего километров проехал автомобиль по шоссе и проселочной дороге?
 - На сколько больше километров он проехал по шоссе, чем по проселочной дороге?
 - Во сколько раз путь по проселочной дороге короче пути по шоссе?
 - Какое время затратил автомобиль на весь путь, если он ехал со скоростью 40 км/ч; v км/ч; 60 км/ч по шоссе и 30 км/ч по проселочной дороге?
- 3.19. Автомобиль ехал 1 ч по городу со скоростью x км/ч и 2 ч по автостраде со скоростью y км/ч.
- Сколько километров автомобиль проехал по городу?
 - Сколько километров он проехал по автостраде?
 - Сколько всего километров автомобиль проехал по городу и автостраде?
 - На сколько больше километров он проехал по автостраде, чем по городу?
- 3.20. Скорость пешехода v км/ч, а велосипедиста на b км/ч больше.
- Чему равна скорость велосипедиста?
 - Какое расстояние пройдет пешеход за 2 ч? 45 мин? 1 ч 20 мин?
 - Какое расстояние проедет велосипедист за t ч? m мин?
 - Сколько времени затратит пешеход на расстояние, пройденное велосипедистом за t ч?

- 3.21. Ира купила n м ткани на юбку, а на блузку в 1,5 раза больше.
- Сколько метров ткани Ира купила на блузку?
 - На сколько больше метров ткани она купила на блузку, чем на юбку?
 - Сколько всего метров ткани купила Ира?
 - Сколько рублей истратила Ира на всю ткань, если цена ткани за 1 м равна x ?
- 3.22. Для засахаривания смородины взяли ягоды и сахар в отношении 2 : 3 по массе. Принимая за x кг массу одной части, запишите:
- чему равна масса ягод;
 - чему равна масса сахара;
 - сколько всего килограммов засахаренной смородины получится;
 - на сколько килограммов больше требуется сахара, чем смородины.
- 3.23. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист со скоростью v_1 км/ч и мотоциклист со скоростью v_2 км/ч и встретились через t ч.
- Чему равна скорость сближения велосипедиста и мотоциклиста?
 - Чему равно расстояние от A до B ?
 - Сколько километров до встречи проехал каждый участник движения?
 - На сколько километров больше проехал до встречи мотоциклист, чем велосипедист?
- 3.24. Из пункта A одновременно в противоположных направлениях выехали автомобиль со скоростью v_1 км/ч и автобус со скоростью v_2 км/ч.
- Чему равна скорость удаления автомобиля от автобуса?
 - Какое расстояние будет между ними через t ч?
 - На каком расстоянии от пункта A окажется каждый участник движения?
 - На сколько дальше от пункта A будет автомобиль, чем автобус?
- 3.25. Из пункта A одновременно в одном направлении выехали легковой и грузовой автомобили, скорости которых x км/ч и y км/ч соответственно.
- Чему равна скорость удаления легкового автомобиля от грузового?
 - Какое расстояние будет между ними через t ч?

- 3.26. Из пункта A выехал велосипедист. Одновременно с ним из пункта B , отстоящего от пункта A на 30 км по ходу движения велосипедиста, в том же направлении вышел пешеход со скоростью x км/ч. Известно, что велосипедист догнал пешехода через t ч.
- Какой путь прошел за это время пешеход?
 - Какой путь проехал за это время велосипедист?
 - Чему равна скорость велосипедиста?
 - На сколько километров велосипедист удалится от пешехода через 15 мин после обгона?
- 3.27. Купили арбуз массой 6 кг по цене x р. за 1 кг и дыню массой 4 кг по цене y р. за 1 кг.
- Сколько рублей заплатили за арбуз?
 - Сколько рублей заплатили за дыню?
 - Сколько рублей стоила вся покупка?
 - На сколько рублей больше заплатили за дыню, чем за арбуз?
- 3.28. Две бригады работали на уборке урожая. Первая бригада убрала урожай с 5 га по x ц с 1 га, а вторая — с 6 га, убирая с каждого гектара на 10 ц меньше.
- Сколько центнеров с 1 га убирала вторая бригада?
 - Сколько всего центнеров убрала первая бригада?
 - Сколько всего центнеров убрала вторая бригада?
 - Сколько центнеров убрали обе бригады вместе?
- 3.29. Теплоход расстояние между двумя пристанями проходит по течению реки за 3 ч, а против течения — за 3,5 ч. Собственная скорость теплохода v км/ч, а скорость течения реки x км/ч.
- Чему равна скорость теплохода по течению и против течения реки?
 - Какое расстояние теплоход проплыл по течению?
 - Какое расстояние теплоход проплыл против течения?
 - Сравните расстояние, пройденное теплоходом по течению реки и против течения реки. Результат сравнения запишите в виде математической модели.

Придумайте задачу по данной математической модели:

- 3.30. а) $x = y$; в) $3c = 2d$;
 б) $a = 2b$; г) $6m = 11n$.
- 3.31. а) $a + 7 = b$; в) $a - b = 3$;
 б) $a + 2 = b + 8$; г) $a - 3 = b + 1$.

3.32. Придумайте задачу по данной математической модели:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } c = 5d + 2; & \text{в) } m = \frac{3n - 4}{7}; \\ \text{б) } 7(x + 1) = y; & \text{г) } 2(x - 1) = 3(y + 1). \end{array}$$

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 3.33. В одном доме на 86 квартир больше, чем в другом. Сколько квартир в каждом доме, если в двух домах 792 квартиры?
- 3.34. В двух залах кинотеатра 460 мест. Сколько мест в большом зале, если в нем в 3 раза больше мест, чем в малом?
- 3.35. В жилом доме всего 215 квартир. Сколько из них однокомнатных, если известно, что трехкомнатных квартир на 10 меньше, чем двухкомнатных, и на 5 больше, чем однокомнатных?
- 3.36. На двух книжных полках всего 48 книг. Сколько книг на первой полке, если известно, что их в 2 раза больше, чем на второй?
- 3.37. За два дня мастер и ученик изготовили 312 деталей. Сколько деталей изготовлял каждый из них за один день, если известно, что мастер производит за день в 3 раза больше деталей, чем ученик?
- 3.38. На двух станках изготовлено 346 деталей, причем на первом изготовили на 10 деталей меньше, чем на втором. Сколько деталей изготовили на каждом станке?
- 3.39. С двух участков собрано 39,6 т зерна. Сколько тонн зерна собрали с каждого участка, если со второго участка собрали в 1,2 раза больше, чем с первого?
- 3.40. Маме и дочке вместе 35 лет. Сколько лет дочке, если она на 25 лет моложе мамы?

Опишите предложенную ситуацию на математическом языке:

- 3.41. а) Сумма чисел a и b в 7 раз больше их произведения;
б) число x при делении на число y дает в частном 3 и в остатке 1;
в) разность чисел c и d в 3 раза меньше их частного;
г) число a при делении на число b дает в частном 12 и в остатке 5.

- 3.42. а) Двухзначное число N содержит a десятков и b единиц;
б) трехзначное число M содержит a сотен, b десятков и c единиц;
в) четырехзначное число содержит a тысяч и b десятков;
г) трехзначное число содержит k сотен и m единиц.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 3.43. На двух садовых участках имеются 84 яблони. Если с первого участка пересадить на второй одну яблоню, то на втором участке будет в 3 раза больше яблонь, чем останется на первом. Сколько яблонь на каждом участке?
- 3.44. Производительность труда мастера на 12 деталей в час больше, чем производительность труда ученика. Мастер работал 2 ч, а ученик 5 ч. Сколько деталей в час изготавливал мастер, если:
- а) мастер и ученик изготовили деталей поровну;
 - б) мастер и ученик изготовили вместе 80 деталей;
 - в) мастер изготовил на 9 деталей больше, чем ученик;
 - г) мастер изготовил деталей в 2 раза больше, чем ученик?
- 3.45. От пристани отошел теплоход со скоростью 22 км/ч, а от другой пристани навстречу ему через 3 ч отошел теплоход со скоростью 26 км/ч. Расстояние между пристанями 306 км. Сколько времени был в пути каждый из теплоходов до встречи?
- 3.46. Расстояние между городами мотоциклист проехал за 2 ч, а велосипедист — за 5 ч. Скорость велосипедиста на 18 км/ч меньше скорости мотоциклиста. Найдите скорости велосипедиста и мотоциклиста и расстояние между городами.
- 3.47. Изобразите на координатной прямой графическую модель ситуации по ее аналитической модели:
- а) $|x| = 3$;
 - б) $|x| = 1,5$;
 - в) $|x| = 0$;
 - г) $|x| = b$, где $b > 0$.

§ 4. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Решите уравнение:

4.1. а) $3x = 6$; б) $\frac{1}{3}x = -5$; в) $-2x = 12$; г) $\frac{3}{7}x = 9$.

4.2. а) $4x + 20 = 0$; в) $5x - 15 = 0$;

б) $\frac{3}{2}x - 6 = 0$; г) $\frac{2}{5}x + 4 = 0$.

○4.3. а) $7x + 9 = 100$; в) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$;

б) $26x - 0,8 = 7$; г) $17,5x - 0,5 = 34,5$.

○4.4. а) $9 + 13x = 35 + 26x$; в) $0,81x - 71 = 1,11x + 1$;

б) $\frac{7}{9}x + 3 = \frac{2}{3}x + 5$; г) $\frac{1}{3}y - 4 = \frac{1}{4}y - 5$.

○4.5. а) $11x - 4x = 14$;

в) $9x + 4x = -26$;

б) $20x - 13x - 12x = 6$; г) $11x + 7x - 24x = 42$.

○4.6. а) $\frac{5}{9}x - \frac{7}{4}x + \frac{17}{18}x = -\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{9}x + \frac{7}{18}x - \frac{11}{27}x = 2\frac{1}{2}$;

б) $\frac{1}{6}x - 0,82 = \frac{3}{8}x - 1,37$; г) $0,07 - 3\frac{1}{9}x = 0,26 - x$.

○4.7. а) $4(x + 3) = 5(x - 2)$;

б) $-2(x - 5) + 3(x - 4) = 4x + 1$;

в) $3(x - 1) = 2(x + 2)$;

г) $3(x - 5) - 2(x + 4) = -5x + 1$.

○4.8. а) $\frac{x+4}{5} = 1$;

в) $\frac{x-7}{3} = -2$;

б) $\frac{2x-3}{3} = -5$;

г) $\frac{3x+1}{2} = 8$.

○4.9. а) $\frac{x-3}{6} = \frac{7}{9}$;

в) $\frac{2x-3}{5} = \frac{9}{10}$;

б) $\frac{x+7}{3} = \frac{2x+3}{5}$;

г) $\frac{x+3}{2} = \frac{3x-2}{7}$.

○4.10. а) $3(8x - 6) = 4(6x - 4,5)$;

б) $3(5x - 7) = 5(3x + 4)$;

в) $6\left(2x + \frac{1}{6}\right) = 5(2,4x + 0,2)$;

г) $2(9x + 3) = 3(1 + 6x)$.

- 4.11. а) При каком значении переменной значение выражения $3x - 2$ равно 10?
 б) При каком значении переменной значение выражения $4y - 1$ равно $3y + 5$?
- 4.12. а) При каком значении переменной значение выражения $5k$ в два раза меньше, чем $4k + 12$?
 б) При каком значении переменной значение выражения $p + 3$ в четыре раза больше, чем $7p - 33$?

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 4.13. На трех полках находится 75 книг. На первой полке в два раза больше книг, чем на второй, а на третьей — на 5 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?
- 4.14. В трех цехах работают 310 человек. В первом цехе рабочих в 1,5 раза больше, чем во втором, и на 110 человек меньше, чем в третьем. Сколько рабочих в каждом цехе?
- 4.15. Периметр треугольника ABC равен 44 см. Сторона AB вдвое меньше стороны BC и на 4 см меньше стороны AC . Найдите длины всех сторон треугольника.
- 4.16. В школе 900 учащихся. Сколько учащихся в начальных, средних и старших классах, если известно, что в начальных классах их в 3 раза больше, чем в старших, и в 2 раза меньше, чем в средних?
- 4.17. Для приготовления рассола при засолке огурцов берут соли и воды в отношении 2 : 16 соответственно. Сколько граммов соли необходимо для приготовления 360 г рассола?
- 4.18. В железной руде содержатся железо и примеси в отношении 7 : 2. Сколько тонн железа получится из 189 т руды?
- 4.19. Цена персиков на 20 р. выше, чем цена абрикосов. Для консервирования компота купили 3 кг персиков и 5 кг абрикосов. По какой цене покупали фрукты, если вся покупка обошлась в 620 рублей?
- 4.20. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 350 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 2 ч 20 мин. С какой скоростью двигался каждый автомобиль, если скорость одного из них на 30 км/ч больше скорости другого?

- 4.21. Две бригады были заняты на уборке картофеля. Первая бригада за 5 ч работы убрала картофеля столько же, сколько вторая бригада за 7 ч. Сколько центнеров картофеля убрала первая бригада, если за 1 ч она убирала на 16 ц больше, чем вторая бригада?
- 4.22. В одной корзине в 3 раза больше огурцов, чем в другой. Если из нее взять 15 штук огурцов, а в другую корзину добавить 25 штук, то в обеих корзинах огурцов станет поровну. Сколько огурцов было первоначально в каждой корзине?
- 4.23. Когда ученик прочитал $\frac{2}{5}$ всей книги, ему осталось прочитать еще 240 страниц. Сколько страниц в книге?
- 4.24. Когда спортсмен пробежал $\frac{3}{8}$ дистанции, ему осталось пробежать еще 3125 м. Определите длину дистанции.
- 4.25. Масса двух моторов равна 52 кг. Масса одного из них в $2\frac{5}{7}$ раза больше другого. Найдите массу каждого мотора.
- 4.26. Поезд прошел первый перегон за 2 ч, а второй — за 3 ч. Всего за это время он прошел расстояние 330 км. Найдите скорость поезда на каждом перегоне, если на втором перегоне она была на 10 км/ч больше, чем на первом.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 4.27. Цена 1 м³ бруса на 400 р. меньше, чем цена 1 м³ половой доски. Для строительства купили 4 м³ бруса и 5 м³ половой доски. Сколько стоит 1 м³ пиломатериалов каждого вида, если за половую доску заплатили на 7000 р. больше, чем за брус?
- 4.28. Новая копировальная машина за 1 мин копирует на 10 листов больше, чем старая машина. За 4 мин работы на ней сделали на 16 листов копий больше, чем на старой машине за 7 мин. Сколько листов копирует новая машина за 1 мин?
- 4.29. Из пункта А выехал автобус. Через полчаса вслед за ним из пункта В, отстоящего от пункта А на 6 км, выехал автомобиль и через 45 мин догнал автобус. На каком расстоянии от пункта А автомобиль догнал автобус, если его скорость на 40 км/ч больше скорости автобуса? (Рассмотрите два случая.)

- 4.30. Катер за 2 ч по озеру и за 3 ч против течения реки проплывает такое же расстояние, что и за 3 ч 24 мин по течению реки. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 4.31. Велосипедист ехал от поселка до станции сначала 30 мин по грунтовой дороге, а затем 40 мин по шоссе. С какой скоростью ехал велосипедист по шоссе, если она на 4 км/ч больше, чем скорость по грунтовой дороге, а расстояние от поселка до станции 12 км?
- 4.32. Сумма трех чисел равна 496. Второе число составляет $\frac{8}{15}$ от первого, а первое число меньше третьего в $2\frac{3}{5}$ раза. Найдите каждое из чисел.
- 4.33. Первое число в 2,5 раза больше второго. Если к первому числу прибавить 1,5, а ко второму 8,4, то получатся одинаковые результаты. Найдите эти числа.
- 4.34. В магазин привезли яблоки и бананы. Когда продали половину всех яблок и $\frac{2}{3}$ всех бананов, то яблок осталось на 70 кг больше, чем бананов. Сколько килограммов фруктов каждого вида привезли в магазин, если масса привезенных яблок превосходила массу бананов в 3 раза?
- 4.35. Туристы отправились в трехдневный поход. В первый день они прошли $\frac{7}{22}$ всего пути, во второй — $\frac{1}{3}$ оставшегося пути, а в третий — последние 25 км. Найдите длину туристского маршрута.
- 4.36. Кирпичный завод обеспечивает кирпичом три стройки. В начале рабочего дня на первую стройку отправили $\frac{1}{5}$ всего количества кирпича со склада, а на вторую — $\frac{1}{3}$ остатка. После обеда на третью стройку отправили 120 поддонов кирпича, что составляло $\frac{3}{4}$ остатка кирпича на складе завода. Сколько поддонов кирпича было на складе завода в начале рабочего дня?

Придумайте задачу по данной математической модели и решите ее:

- 4.37. а) $x + (x - 5) = 15$; в) $x + (x + 9) = 31$;
б) $x + 3x = 20$; г) $7x - x = 12$.
- 4.38. а) $3x - 6 = x + 4$; в) $5x - 22 = 2x + 14$;
б) $x + (x - 20) + 3x = 180$; г) $x + (x + 24) = 5x$.
- 4.39. а) $4(x + 3) + 5(x - 3) = 105$;
б) $3(x + 20) - 4x = 10$;
в) $2x + 3(x + 10) = 380$;
г) $5(x + 2) - 6(x - 2) = 5$.

Решите старинные задачи:

- 4.40. Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику, четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют три девы». Сколько учеников было у Пифагора?
- 4.41. По контракту рабочим причитается по 48 франков за каждый отработанный день, а за каждый неотработанный день с них взыскивается по 12 франков. Через 30 дней работы выяснилось, что работникам ничего не причитается. Сколько дней они отработали на самом деле за это время?
- 4.42. Спросил некто у учителя: «Скажи, сколько у тебя в классе учеников, так как я хочу отдать тебе в ученье своего сына». Учитель ответил: «Если придет еще столько же, сколько имею, и полстолько, и четвертая часть, и твой сын, то будет у меня 100 учеников». Спрашивается, сколько было у учителя учеников?
- 4.43. Идет по морю корабль, на нем 120 человек — мужчин и женщин. Всего они заплатили 120 гривен, причем мужчина платил 4 алтына, а женщина — 3 алтына. Сколько было на корабле мужчин и женщин, если 1 гривна составляет 10 копеек, а 1 алтын — 3 копейки?

§ 5. КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

5.1. Запишите координаты точек, изображенных на рис. 1.

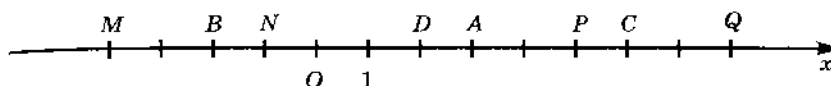


Рис. 1

5.2. а) Изобразите на координатной прямой точки:

$A(5)$, $B(-3)$, $C(-8)$, $D(-1,5)$;

$M(6)$, $N(-1)$, $P(2,5)$, $O(0)$;

$Q(-3,5)$, $R(-5)$, $S(2)$, $Z(4,5)$;

$E(-7)$, $F(9)$, $K(3,5)$, $L(-0,5)$.

б) Найдите расстояние между точками:

P и B , D и P , A и Q , B и N ;

D и A , B и C , N и Q , M и D ;

M и N , R и Q , A и C , P и Q ;

M и Q , N и P , A и P , B и D .

5.3. На координатной прямой даны точки $A(-3)$, $B(5)$; M — середина отрезка AB . Найдите:

а) расстояние между точками A и B ;

б) расстояние между точками A и M ;

в) расстояние между точками B и M ;

г) координату точки M .

5.4. «Число c больше числа d ». Переведите это утверждение:

а) на алгебраический язык (с помощью знака неравенства);

б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).

5.5. «Число x меньше числа y ». Переведите это утверждение:

а) на алгебраический язык (с помощью знака неравенства);

б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).

5.6. «Число a больше числа b , но меньше числа c ». Переведите это утверждение:

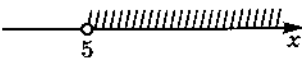
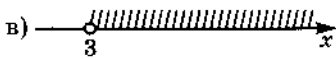
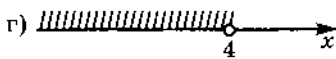
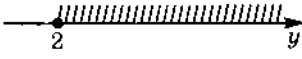
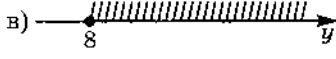
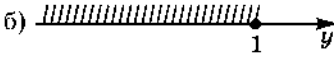
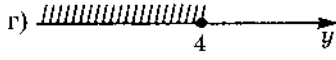
а) на алгебраический язык (с помощью знаков неравенств);

б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).

Изобразите на координатной прямой числовой промежуток, назовите его, запишите аналитическую модель промежутка, используя знаки неравенств:

- 5.7. а) $(3; +\infty)$; б) $(-\infty; -5)$; в) $(-2; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)$.
 5.8. а) $[1; +\infty)$; б) $(-\infty; 4]$; в) $(-\infty; -2]$; г) $[-1; +\infty)$.
 5.9. а) $(3; 5)$; б) $[-5; 1]$; в) $[4; 6]$; г) $(0; 1)$.
 5.10. а) $[6; 8)$; б) $(-2; 4]$; в) $[-3; -1)$; г) $(5; 7]$.

Дана геометрическая модель числового промежутка. Назовите этот числовой промежуток, обозначьте его, запишите аналитическую модель:

- 5.11. а)  в) 
 б)  г) 
 5.12. а)  в) 
 б)  г) 
 5.13. а)  в) 
 б)  г) 
 5.14. а)  в) 
 б)  г) 

По названию числового промежутка запишите его обозначение, постройте геометрическую и аналитическую модели:

- 5.15. а) Открытый луч с началом в точке 5;
 б) луч с началом в точке -2 ;
 в) интервал с началом в точке 1 и концом в точке 3;
 г) полуинтервал с началом в точке 6 и концом в точке 10.

- 5.16. а) Отрезок с началом в точке -2 и концом в точке 0 ;
 б) открытый луч с концом в точке 7 ;
 в) полуинтервал с началом в точке 4 и концом в точке 9
 (точка 9 не входит в полуинтервал);
 г) луч с концом в точке 12 .

По данной аналитической модели назовите соответствующий числовой промежуток, запишите его обозначение, постройте геометрическую модель:

- 5.17. а) $x > 3$; б) $x \geq 3$; в) $x < 3$; г) $x \leq 3$.
 5.18. а) $2 < x < 4$; б) $3 \leq x < 5$; в) $0 \leq x \leq 7$; г) $5 < x \leq 8$.
 5.19. а) $x \geq 2$; б) $-5 < x < -2$; в) $x < 0$; г) $4 \leq x < 8$.
 5.20. а) $1 \leq x \leq 3$; в) $x \leq 1$;
 б) $6 < x \leq 7$; г) $-6 < x < -2$.
 5.21. Принадлежит ли промежутку $(-8; 4)$ число:
 а) -6 ; б) -8 ; в) 0 ; г) 4 ?
 5.22. Принадлежит ли промежутку $(2; 6]$ число:
 а) -4 ; б) 2 ; в) 6 ; г) 5 ?
 5.23. Принадлежит ли промежутку $[3; 7)$ число:
 а) 3 ; б) 5 ; в) 7 ; г) $6,5$?
 5.24. Принадлежит ли промежутку $(3; +\infty)$ число:
 а) 6 ; б) 125 ; в) $10\,365$; г) 3 ?
 5.25. Принадлежит ли промежутку $(-\infty; 12)$ число:
 а) -8 ; б) -250 ; в) 0 ; г) 12 ?
 5.26. Принадлежит ли промежутку $[8; 12]$ число:
 а) 15 ; б) $8\frac{1}{3}$; в) $12\frac{3}{7}$; г) 25 ?
 5.27. Какие из чисел $4, 3,5, -1, 0, -10, -9, 1, 3, -12$ принадлежат промежутку:
 а) $[3; 5]$; б) $(-8; 0)$; в) $(-12; -9)$; г) $(1; +\infty)$?
 5.28. Какие из чисел $0, 5, 7, -8, -2, 9, 12$ принадлежат промежутку:
 а) $[4; 7]$; б) $[5; +\infty)$; в) $[-8; +\infty)$; г) $(5; 9]$?
 5.29. Придумайте три положительных и три отрицательных нецелых числа, принадлежащих промежутку:
 а) $(-6; 8)$; б) $[-10; 15]$; в) $[-3; 6]$; г) $(-10; 4)$.

- 5.30. Существует ли целое число, которое принадлежит промежутку:
а) $(0; 1)$; б) $[3,5; 4)$; в) $[2; 3)$; г) $(7,5; 8]$?
- 5.31. Сколько целых чисел принадлежит промежутку:
а) $[5; 7]$; б) $(-3; -1)$; в) $(0; 6]$; г) $[-7; 2)$?
- 5.32. Сколько натуральных чисел принадлежит промежутку:
а) $[-2; 1]$; б) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; в) $(0; 1)$; г) $[-5; 4]$?
- 5.33. Укажите наибольшее число, принадлежащее промежутку:
а) $[-15; -11]$; б) $[5; 7)$; в) $[5; 7]$; г) $(-\infty; 8,2]$.
- 5.34. Укажите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:
а) $[5; 7)$; б) $(0; +\infty)$; в) $(9,3; 12)$; г) $[5,1; +\infty)$.
- 5.35. Принадлежит ли промежутку $(-\infty; 5)$ число 4,98? Укажите два числа, которые больше 4,98 и принадлежат этому промежутку.

Интервал $(a - r; a + r)$, где r — положительное число, называют *окрестностью точки a* , а число r — *радиусом окрестности*.

- 5.36. Укажите окрестность точки a радиуса r , если:

- а) $a = 0$, $r = 3$; в) $a = 4$, $r = 4$;
б) $a = 1$, $r = 4$; г) $a = -3$, $r = 5$.

Для данного интервала укажите, окрестностью какой точки он является и чему равен радиус окрестности.

- 5.37. а) $(3; 7)$; б) $(-4; 4)$; в) $(2; 10)$; г) $(-7; -1)$.

- 5.38. а) $(2; 5)$; б) $(1,98; 2,02)$; в) $(-11; -2)$; г) $\left(\frac{13}{7}; \frac{15}{7}\right)$.

- 5.39. Обоснуйте с помощью координатной прямой утверждение: если $a > b$, то $-a < -b$. Рассмотрите следующие случаи:

- а) a и b — положительные числа;
б) a и b — отрицательные числа;
в) a — положительное число, b — отрицательное число;
г) $a = 0$, b — отрицательное число.

- 5.40. Дана точка $M(1,5)$. Найдите координаты точек L и N таких, что $MN = 2ML$, если $NL = 10,5$. Сколько решений имеет задача?

- 5.41. Дана точка $K(-1)$. Найдите координаты точек P и M таких, что $PM = 8$ и $KP = 3KM$.

- 5.42. а) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $O(0)$ меньше трех единичных отрезков.
б) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $A(a)$ больше двух единичных отрезков.
в) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $O(0)$ больше трех единичных отрезков.
г) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $A(a)$ меньше двух единичных отрезков.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$0,15 \cdot 348,4 + 151,6 \cdot 0,15.$$

2. Выясните, имеет ли выражение смысл, и если да, то равно ли нулю его значение:

$$\frac{\left(3\frac{7}{11} - 5 \cdot 2\frac{7}{22}\right) \cdot 0,08 + 1 : 1\frac{4}{7}}{2\frac{1}{3} : \frac{4}{9} - 15,4 \cdot 0,18}.$$

3. Найдите значение выражения $x + y$, если x — полусумма чисел 38,5 и 12,36, а y — утроенная разность чисел 24,39 и 16,2.

4. Найдите неизвестное число, если полусумма этого числа и числа 12,3 больше полуразности числа 1,5 и неизвестного числа на 3.

5. Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования.

В кабинете математики в трех шкафах лежат модели геометрических фигур. Во втором шкафу на 4 модели больше, чем в третьем, и на 15 меньше, чем в первом. Сколько моделей в каждом шкафу, если всего в кабинете 50 моделей?

6. Придумайте задачу, математическая модель которой указана ниже, и решите ее:

$$5x + 4(x + 20) = 620.$$

7. Решите уравнение

$$\frac{3x - 4}{9} + \frac{5x - 7}{6} = \frac{4x + 5}{18}.$$

8. При каких значениях p корнем уравнения $p(x + 4) - (5 - p) = 16$ является число 2?
9. Запишите координаты точек, которые делят отрезок AB на три равные части, если $A(-1)$, $B(8)$.
10. Найдите координаты точек, отстоящих на расстоянии 4,5 единичных отрезка от точки $M(2,3)$.

Вариант 2

1. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$0,32 \cdot 235,7 + 264,3 \cdot 0,32.$$

2. Выясните, имеет ли выражение смысл и если да, то равно ли нулю его значение:

$$\frac{18,6 \cdot 0,24 + 3 \frac{2}{9} \cdot \frac{15}{38}}{7 : 7 \frac{1}{2} - \left(5 \frac{1}{15} \cdot 3 - 12 \frac{19}{30} \right) : 2,75}.$$

3. Найдите значение выражения $a - b$, если a — полуразность чисел 68,56 и 25,3, а b — удвоенная сумма чисел 2,405 и 3,41.
4. Найдите неизвестное число, если сумма полуразности этого числа и числа 14,6 и полусуммы числа 3,8 и неизвестного числа равна 5.
5. Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования.
Учащиеся трех седьмых классов поехали на экскурсию за город в трех автобусах. В третьем автобусе сидело на 5 учеников меньше, чем в первом, и на 4 человека больше, чем во втором. Сколько учеников сидело в каждом автобусе, если всего на экскурсию поехали 67 учеников?
6. Придумайте задачу, математическая модель которой указана ниже, и решите ее:

$$5x - 4(x - 20) = 160.$$

7. Решите уравнение

$$\frac{3x-5}{7} + \frac{2x+1}{14} = \frac{2x-3}{2}.$$

8. При каких значениях a корнем уравнения $x(6-a) + a(x+2) = 26$ является число 4?

9. Запишите координаты точек, которые делят отрезок MN на четыре равные части, если $M(-5)$, $N(11)$.

10. Найдите координаты точек, отстоящих на расстоянии 3,2 единичных отрезка от точки $A(-1,7)$.

§ 6. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

6.1. Назовите абсциссу и ординату точки:

- а) $M(2; 4)$; в) $P(12; -4)$;
б) $N(-3; 6)$; г) $Q(-3; -0,5)$.

Не производя построения, ответьте на вопрос, в каком координатном угле расположена точка:

6.2. а) $M(2; 4)$, $N(-3; 6)$, $P(12; -4)$, $Q(-3; -0,5)$;
б) $X(-14; -5)$, $Y(-7; 38)$, $K(1; 0)$, $L(0; -4)$;

в) $A(-23; 6)$, $B(13; 16)$, $C(19; -25)$, $D\left(2; -\frac{1}{2}\right)$;

г) $R\left(\frac{5}{8}; -\frac{1}{7}\right)$, $S\left(-\frac{4}{11}; -\frac{1}{12}\right)$, $E\left(-\frac{17}{21}; \frac{41}{43}\right)$, $F\left(\frac{15}{31}; \frac{1}{16}\right)$.

6.3. Замените символ * каким-либо числом так, чтобы:

- а) точка $A(5; *)$ принадлежала первому координатному углу;
б) точка $B(*; 3)$ принадлежала второму координатному углу;
в) точка $C(*; -7)$ принадлежала третьему координатному углу;
г) точка $D(12; *)$ принадлежала четвертому координатному углу.

Не производя построения, ответьте на вопрос, в каком координатном угле координатной плоскости xOy расположена точка:

6.4. а) $A(a; 10)$, если $a > 0$; в) $C(-c; 5)$, если $c > 0$;
б) $B(17; b)$, если $b < 0$; г) $D(-8; d)$, если $d < 0$.

6.5. а) $P(x; y)$, если $x > 0$, $y > 0$;
б) $Q(x; y)$, если $x > 0$, $y < 0$;
в) $R(x; y)$, если $x < 0$, $y > 0$;
г) $S(x; y)$, если $x < 0$, $y < 0$.

6.6. В каком координатном угле координатной плоскости расположена данная точка:

- а) $M(a; b)$, если $a < 0, b < 0$;
- б) $N(-a; -b)$, если $a > 0, b < 0$;
- в) $K(a; -b)$, если $a < 0, b > 0$;
- г) $L(-a; b)$, если $a > 0, b > 0$?

6.7. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 2:

- а) A, C, M, S ; в) P, Y, B, F ;
- б) R, D, K, Q ; г) E, N, X, Z .

Какой признак объединяет каждую группу точек?

6.8. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 3:

- а) A, B, K, P, L, R ; б) C, D, M, N, Q, S .

Какой общий графический признак объединяет эти точки?
Как этот общий признак выражается при записи координат точек?

в) Где расположены все точки, у которых абсцисса равна нулю; ордината равна нулю?

г) Составьте аналитическую модель множества точек, лежащих на оси x , на оси y .

6.9. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 4.

Что общего в записи координат каждой группы точек?

Как расположены на координатной плоскости все точки, имеющие одинаковую абсциссу?

Составьте аналитическую модель прямой, параллельной оси y .

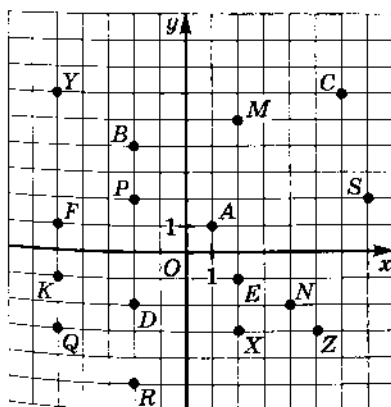


Рис. 2

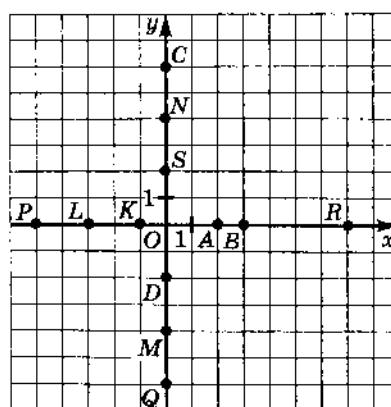


Рис. 3

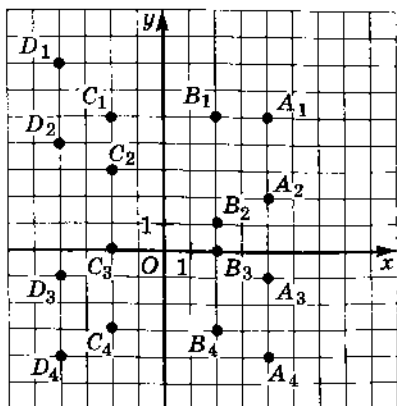


Рис. 4

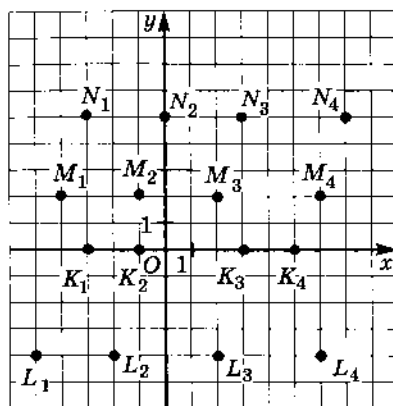


Рис. 5

- 6.10. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 5.
 Что общего в записи координат каждой группы точек?
 Как расположены на координатной плоскости все точки, имеющие одинаковую ординату?
 Составьте аналитическую модель прямой, параллельной оси x .

Постройте прямую, удовлетворяющую уравнению:

- 6.11. а) $x = 3$; б) $y = 3$; в) $y = 1$; г) $x = 8$.
 6.12. а) $x = -2$; б) $y = -4$; в) $y = -5$; г) $x = -1$.
 6.13. а) $x = 0,5$; б) $y = -1,5$; в) $y = 3,5$; г) $x = -6,5$.
 6.14. Какая прямая удовлетворяет уравнению:
 а) $x = 0$; б) $y = 0$?
 6.15. Как расположены в координатной плоскости все точки, имеющие абсциссу, равную:
 а) 5; б) -7; в) 9; г) -1?
 6.16. Как расположены в координатной плоскости все точки, имеющие ординату, равную:
 а) -3; б) 8; в) -12; г) 4?

В координатной плоскости xOy постройте прямую, удовлетворяющую уравнению:

- 6.17. а) $2x = 4$; б) $-x + 4 = 0$; в) $-3x = 9$; г) $2x - 6 = 0$.
 6.18. а) $y + 3 = 0$; б) $-6y = 12$; в) $5 - y = 0$; г) $7y = 0$.

- 6.19. На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно начала координат:
а) $A(5; 7)$; б) $B(0; 8)$; в) $C(7; -1)$; г) $D(-3; 0)$.
- 6.20. На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно оси y :
а) $M(-2; 8)$; б) $L(-5; 0)$; в) $S(-9; -3)$; г) $R(0; -4)$.
- 6.21. На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно оси x :
а) $E(6; 0)$; б) $P(-2; 1)$; в) $F(0; -4)$; г) $Q(3; -5)$.
- 6.22. Постройте прямую, проходящую через точки:
а) $A(2; 7)$, $B(3; 4)$; б) $M(0; -2)$, $N(8; 0)$;
в) $C(-1; 5)$, $D(6; -4)$; г) $P(-3; -4)$, $Q(-7; -1)$.
- 6.23. Постройте отрезок, зная координаты его концов:
а) $L(-4; 3)$, $K(0,5; 2)$; б) $R(5; 3,5)$, $S(2; 3)$;
в) $E(2; 7)$, $M(-1; 6)$; г) $X(7; 1)$, $Y(-4; -6)$.
- 6.24. Постройте геометрическую фигуру по координатам ее вершин:
а) $A(-4; 3)$, $B(2; -1)$, $C(-1; -1)$;
б) $K(-2; 3)$, $L(3; 3)$, $M(3; -2)$, $N(-2; -2)$;
в) $K(3; -4)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 5)$;
г) $F(0; 4)$, $E(5; 0)$, $G(0; -4)$, $H(-5; 0)$.
- 6.25. Постройте отрезок, симметричный отрезку BK относительно оси x , если:
а) $B(-6; 2)$, $K(-1; 1)$; б) $B(-4; 0)$, $K(1; -4)$;
в) $B(5; 1)$, $K(2; -3)$; г) $B(0; 6)$, $K(6; -2)$.
- 6.26. Постройте отрезок, симметричный отрезку DM относительно оси y , если:
а) $D(4; 2)$, $M(1; 6)$; б) $D(-5; -3)$, $M(1; -2)$;
в) $D(-3; 0)$, $M(0; -3)$; г) $D(-4; 4)$, $M(2; -2)$.
- 6.27. Постройте отрезок, симметричный отрезку CH относительно начала координат, если:
а) $C(-7; -2)$, $H(-2; -7)$; б) $C(2; 3)$, $H(-3; -2)$;
в) $C(5; 0)$, $H(2; -4)$; г) $C(0; -3)$, $H(-3; 1)$.
- 6.28. Воспользовавшись рис. 6, найдите:
а) координаты вершин изображенного четырехугольника;
б) координаты точек, в которых стороны четырехугольника пересекают оси координат;
в) координаты вершин четырехугольника, расположенного выше нарисованного на 4 единицы;
г) координаты вершин четырехугольника, расположенного левее нарисованного на 3 единицы.

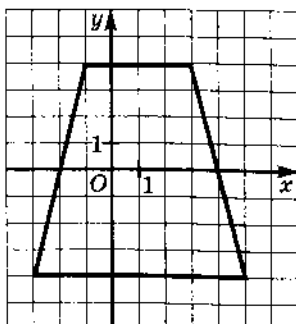


Рис. 6

6.29. Постройте прямую, симметричную прямой AB :

- а) относительно оси x , если $A(4; 1)$, $B(-1; -4)$;
- б) относительно оси y , если $A(0; 3)$, $B(-3; 0)$;
- в) относительно оси x , если $A(-2; 0)$, $B(0; 6)$;
- г) относительно оси y , если $A(-6; -3)$, $B(4; 2)$.

6.30. Постройте:

- а) $\triangle ABC$, если $A(6; 0)$, $B(2; -3)$, $C(3; 2)$;
- б) $\triangle A_1B_1C_1$, симметричный $\triangle ABC$ относительно оси x ;
- в) $\triangle A_2B_2C_2$, симметричный $\triangle ABC$ относительно оси y ;
- г) $\triangle A_3B_3C_3$, симметричный $\triangle ABC$ относительно начала координат.

6.31. Даны три вершины $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 3)$ квадрата $ABCD$. Найдите координаты точки D , постройте этот квадрат и еще три квадрата, один из которых расположен ниже данного на пять единиц, второй — на две единицы правее данного, третий — на три единицы ниже и пять единиц левее данного. Назовите координаты вершин третьего квадрата $A_3B_3C_3D_3$.

6.32. Запишите координаты точек, с помощью которых можно построить цифры, изображенные на рис. 7:

- а) цифра 1; б) цифра 3; в) цифра 5; г) цифра 8.

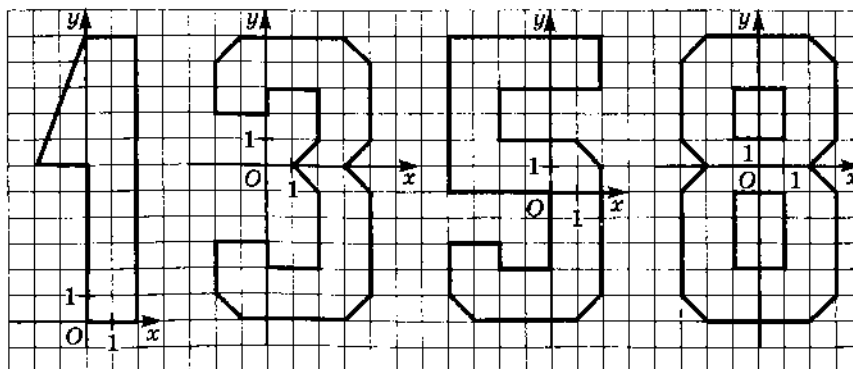


Рис. 7

- 6.33. Найдите координаты вершин C и D квадрата $ABCD$, если известны координаты вершин $A(3; 1)$ и $B(3; -4)$. Сколько решений имеет задача?
- 6.34. Известны координаты двух противоположных вершин квадрата $ABCD$: $A(2; -2)$ и $C(-2; 2)$. Найдите координаты двух других вершин. Сколько решений имеет задача?
- 6.35. Длина стороны квадрата $ABCD$ равна 6, а координаты вершины A равны $(-2; 3)$. Найдите координаты остальных вершин, зная, что сторона AB квадрата параллельна оси ординат и что начало координат лежит внутри квадрата.
- 6.36. Квадрат со стороной 8 расположен так, что центр его находится в начале координат, а стороны параллельны осям координат. Определите координаты вершин квадрата.

На координатной плоскости постройте точки по заданным координатам и последовательно соедините их отрезками. Какая фигура при этом получится?

- 6.37. а) $1(-1; 5)$, $2(-3; 5)$, $3(-3; 9)$, $4(-2; 10)$, $5(3; 10)$, $6(3; 4)$, $7(0; 1)$, $8(3; 1)$, $9(3; -1)$, $10(-3; -1)$, $11(-3; 1)$, $12(1; 5)$, $13(1; 8)$, $14(-1; 8)$;
 б) $1(0; 7)$, $2(-1; 0)$, $3(0; 0)$, $4(0; 2)$, $5(2; 2)$, $6(2; 0)$, $7(3; 0)$, $8(3; -2)$, $9(2; -2)$, $10(2; -4)$, $11(0; -4)$, $12(0; -2)$, $13(-3; -2)$, $14(-3; 0)$, $15(-2; 7)$.
- 6.38. а) $1(4; 2)$, $2(4; 4)$, $3(3; 5)$, $4(-1; 5)$, $5(-2; 4)$, $6(-2; -5)$, $7(-1; -6)$, $8(3; -6)$, $9(4; -5)$, $10(4; -1)$, $11(3; 0)$, $12(0; 0)$, $13(0; 3)$, $14(2; 3)$, $15(2; 2)$, $16(2; -2)$, $17(2; -4)$, $18(0; -4)$, $19(0; -2)$;
 б) $1(-1; 3)$, $2(-3; 3)$, $3(-3; 5)$, $4(-2; 6)$, $5(2; 6)$, $6(3; 5)$, $7(3; 2)$, $8(-1; -5)$, $9(-3; -5)$, $10(1; 2)$, $11(1; 4)$, $12(-1; 4)$.
- 6.39. а) $1(8; 2)$, $2(11; 2)$, $3(8; 9)$, $4(4; 10)$, $5(2; 9)$, $6(-1; 13)$, $7(-8; 10)$, $8(-9; 9)$, $9(-8; 7)$, $10(-12; 7)$, $11(-11; 10)$, $12(-15; 12)$, $13(-19; 11)$, $14(-15; 9)$, $15(-14; 3)$, $16(-7; 5)$, $17(-5; -3)$, $18(-6; -6)$, $19(-2; -6)$, $20(-3; -4)$, $21(-3; 3)$, $22(4; 3)$, $23(5; -3)$, $24(3; -5)$, $25(3; -6)$, $26(7; -6)$, $27(6; -5)$, $28(8; 7)$;
 б) $1(0; -7)$, $2(3; 2)$, $3(6; 2)$, $4(7; 5)$, $5(7; 10)$, $6(6; 16)$, $7(9; 16)$, $8(5; 18)$, $9(2; 11)$, $10(1; 13)$, $11(-9; 11)$, $12(-10; 11)$, $13(-9; 7)$, $14(-8; 7)$, $15(-9; 5)$, $16(-4; 1)$, $17(-2; 2)$, $18(-2; -10)$, $19(4; -10)$.

- 6.40. а) $1(-3; 5), 2(-3; 3), 3(-1; 3,5), 4(-2,5; 2), 5(-8,5; 2),$
 $6(-1; 0), 7(0; 0), 8(-3; -4), 9(-1; -6,5), 10(-2,5; -7),$
 $11(0; -7), 12(-1; -3), 13(1; -2,5), 14(3; -2,5), 15(3; -3),$
 $16(7; -3), 17(8; -5), 18(8; -3), 19(4; -1), 20(0; 2), 21(0; 3),$
 $22(4; 3,5), 23(0; 4,5), 24(-1; 3,5);$
 б) $1(5; 5,5), 2(2,5; 8,5), 3(1; 8), 4(0,5; 5), 5(1,5; 3,5),$
 $6(0,5; 4), 7(-2; 3,5), 8(-4,5; 1), 9(-5; 0,5), 10(-5,5; -5),$
 $11(-3,5; -1,5), 12(-4; -3,5), 13(-2,5; -2), 14(-2; -3,5),$
 $15(-2,5; -3,5), 16(-0,5; -8,5), 17(-1; -10), 18(1,5; -10),$
 $19(-0,5; -8,5), 20(-0,5; -0,5), 21(3; 2,5), 22(2; 5,5),$
 $23(2,5; 6,5).$

§ 7. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ЕГО ГРАФИК

- 7.1. Является ли линейным заданное уравнение с двумя переменными:
 а) $5x + 3y + 7 = 0;$ в) $12c - 17d - 3 = 0;$
 б) $6a - 4b - 1 = 0;$ г) $45t + 4s + 19 = 0?$
- 7.2. Объясните, почему заданное уравнение не является линейным уравнением с двумя переменными:
 а) $3x^2 + 5y - 1 = 0;$
 б) $8x - 7y^2 + 2 = 0.$
- 7.3. Является ли заданное уравнение с двумя переменными линейным:
 а) $\frac{x}{3} + y - 5 = 0;$ в) $\frac{x - y}{2} + 4 = 0;$
 б) $\frac{3}{x} + y - 5 = 0;$ г) $xy + 3 = 0?$
- 7.4. Назовите коэффициенты a, b и c линейного уравнения $(ax + by + c = 0)$ с двумя переменными:
 а) $x - y + 4 = 0;$ в) $x - 1 - 2y = 0;$
 б) $x - 2y = 0;$ г) $\frac{y - x}{3} = 1.$
- 7.5. Является ли решением уравнения $5x + 2y - 12 = 0$ пара чисел:
 а) $(3; 2);$ в) $(12; 5);$
 б) $(1; 3,5);$ г) $(4; -4)?$

○7.6. Является ли решением уравнения $7a - 5b - 3 = 0$ пара чисел:

- а) (2; 8); б) $(1; \frac{4}{5})$; в) (15; 1); г) (8; 10,6)?

7.7. а) Какая из пар чисел (6; 2), (0; 20), (4; 8), (6; 5) является решением уравнения $3x + y = 20$?

б) Какая из пар чисел (2; 0), (1; 1), (2,5; 2,5), (7; 8) является решением уравнения $5x - y = 10$?

7.8. Составьте какое-нибудь линейное уравнение с двумя переменными, решением которого служит пара чисел:

- а) (2; 3); б) (-6; -5); в) (6; -5); г) (-7; 0).

○7.9. Не выполняя построения, ответьте на вопрос: какие из точек $M(5; 7)$, $N(0; 3,5)$, $K(7; 0)$, $L(2; 3)$ принадлежат графику уравнения $x + 2y - 7 = 0$?

Для каждого из данных линейных уравнений найдите значение y , соответствующее заданному значению x :

- 7.10. а) $3x + 2y - 6 = 0$, если $x = 0$;
б) $5x - 7y - 14 = 0$, если $x = 0$;
в) $15x + 25y + 75 = 0$, если $x = 0$;
г) $81x - 15y + 225 = 0$, если $x = 0$.

- 7.11. а) $8x + 6y - 11 = 0$, если $x = 1$;
б) $11x - 13y + 16 = 0$, если $x = -5$;
в) $19x - 11y - 24 = 0$, если $x = 3$;
г) $3x + 2y + 30 = 0$, если $x = -8$.

- 7.12. а) $6x + 2y - 1 = 0$, если $x = -0,1$;
б) $7x - y - 4 = 0$, если $x = -2\frac{1}{7}$;
в) $3x + 5y - 10 = 0$, если $x = 0,5$;
г) $9x - 2y - 3 = 0$, если $x = 8\frac{2}{9}$.

7.13. Для каждого из данных линейных уравнений найдите значение x , соответствующее заданному значению y :

- а) $6x + 12y - 42 = 0$, если $y = 0$;
б) $17x - 5y + 85 = 0$, если $y = 0$;
в) $8x - 35y = 96$, если $y = 0$;
г) $16x + 54y = 64$, если $y = 0$.

Для каждого из данных линейных уравнений найдите значение x , соответствующее заданному значению y :

- 7.14. а) $4x + 7y - 12 = 0$, если $y = -4$;
 б) $23x - 9y + 5 = 0$, если $y = -2$;
 в) $5x - 3y - 11 = 0$, если $y = 3$;
 г) $2x + 4y + 9 = 0$, если $y = 1$.

- 7.15. а) $6x + 3y - 2 = 0$, если $y = 3\frac{1}{3}$;
 б) $3,5x - 5y - 1 = 0$, если $y = 0,5$;
 в) $4x - 2y + 11 = 0$, если $y = -1,5$;
 г) $8x + 5y - 3 = 0$, если $y = 4\frac{2}{5}$.

- 7.16. а) Известно, что абсцисса некоторой точки прямой, заданной уравнением $7x - 3y - 12 = 0$, равна 3. Найдите ординату этой точки.
 б) Известно, что ордината некоторой точки прямой, заданной уравнением $11x + 21y - 31 = 0$, равна 2. Найдите абсциссу этой точки.

На координатной плоскости xOy постройте график уравнения:

- 7.17. а) $x + y - 4 = 0$; в) $-x - y + 6 = 0$;
 б) $2x - y + 5 = 0$; г) $x + 2y - 3 = 0$.
 ○7.18. а) $5x + 3y - 15 = 0$; в) $6x + 3y + 18 = 0$;
 б) $7x - 4y + 28 = 0$; г) $8x - 3y - 24 = 0$.

- 7.19. На координатной плоскости tOs постройте график уравнения:
 а) $7t + 9s + 63 = 0$; в) $5t - 2s = 10$;
 б) $3t - 4s = 12$; г) $4t + 9s + 36 = 0$.
 ○7.20. а) Докажите, что прямые $5x + 11y = 8$ и $10x - 7y = 74$ пересекаются в точке $A(6; -2)$.
 б) Докажите, что прямые $12x - 7y = 2$ и $4x - 5y = 6$ пересекаются в точке $B(-1; -2)$.

- 7.21. Найдите координаты точки пересечения прямых:
 а) $x - y = -1$ и $2x + y = 4$; б) $4x + 3y = 6$ и $2x + 3y = 0$.

Дано линейное уравнение с двумя переменными. Используя его, выразите каждую из переменных через другую:

- 7.22. а) $a + b = 24$; в) $m - n = 48$;
 б) $7x - y = 56$; г) $c + 5d = 30$.

○7.23. а) $3a + 8b = 24$; в) $12m - 3n = 48$;
 б) $6c + 5d = 30$; г) $7x - 8y = 56$.

○7.24. а) $3t - 2z + 6 = 0$; в) $11u + 2v + 22 = 0$;
 б) $7s + 9t - 63 = 0$; г) $25r - 4w - 100 = 0$.

7.25. Среди решений уравнения $x + 3y - 20 = 0$ найдите такую пару, которая состоит:

- а) из двух одинаковых чисел;
 б) из двух таких чисел, одно из которых в 2 раза больше другого.

7.26. Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 5y - 40 = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(3; 2)$; б) $(9; -1)$; в) $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$; г) $(-2; 2,4)$.

7.27. Найдите значение коэффициента b в уравнении $6x + by - 35 = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(0; 1)$; б) $(3; 8,5)$; в) $\left(\frac{1}{3}; 11\right)$; г) $(-5; -13)$.

7.28. Найдите значение коэффициента c в уравнении $8x + 3y - c = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(2; -1)$; б) $\left(3\frac{1}{8}; -4\frac{1}{3}\right)$; в) $\left(0,125; -\frac{2}{3}\right)$; г) $(0; 0)$.

7.29. При каком значении m решением уравнения $mx + 4y - 12m = 0$ является пара чисел:

- а) $(0; 3)$; б) $\left(2; \frac{1}{2}\right)$; в) $(12; 0)$; г) $\left(-1; 3\frac{1}{4}\right)$?

Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные и построив затем графики соответствующих линейных уравнений:

7.30. Сумма двух чисел равна 5, а разность равна 1. Найдите эти числа.

7.31. Сумма двух чисел равна 7. Если одно число увеличить в 2 раза, а другое оставить без изменения, то в сумме эти числа дадут 8. Найдите исходные числа.

- 7.32. Разность двух чисел равна 1. Если первое число оставить без изменения, а второе увеличить в 3 раза, то в сумме эти числа дадут 9. Найдите исходные числа.
- 7.33. Разность двух чисел равна 3. Найдите эти числа, если известно, что уменьшаемое больше вычитаемого в 4 раза.
- 7.34. В шахматном турнире участвовало 10 учеников. Мальчиков было в 1,5 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в турнире?
- 7.35. На дополнительные занятия по математике девочек пришло в 3 раза больше, чем мальчиков. Сколько всего учеников пришло на дополнительные занятия, если мальчиков оказалось на 6 человек меньше, чем девочек?

Постройте на координатной плоскости прямую, заданную уравнением $ax + by + c = 0$, при следующих значениях коэффициентов a , b и c :

- 7.36. а) $a = 2, b = 1, c = -3$; в) $a = 1, b = -2, c = 4$;
 б) $a = -1, b = 3, c = 0$; г) $a = 3, b = -1, c = 0$.
- 7.37. а) $a = 0, b = 2, c = -6$; в) $a = 0, b = -2, c = -4$;
 б) $a = -1, b = 0, c = -2$; г) $a = 5, b = 0, c = -5$.
- 7.38. а) $a = c = 0, b = 0,2$; б) $a = \frac{1}{3}, b = c = 0$.
- 7.39. При каких значениях коэффициентов a, b, c прямая $ax + by + c = 0$:
 а) параллельна оси x ;
 б) параллельна оси y ;
 в) проходит через начало координат;
 г) совпадает с осью x , осью y ?

§ 8. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК

Назовите коэффициенты линейной функции $y = kx + m$:

- 8.1. а) $y = 2x + 3$; в) $y = 19x - 15$;
 б) $y = x - 6$; г) $y = -x + 11$.
- 8.2. а) $y = 0,7x + 9,1$; в) $y = -5,7x - 3,5$;
 б) $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{5}$; г) $y = -\frac{8}{9}x - \frac{1}{3}$.

8.3. а) $y = 2,5 - x$; в) $y = 0,2x$;
 б) $y = -\frac{3}{4} + \frac{5}{7}x$; г) $y = \frac{x}{6} + 1,6$.

Преобразуйте уравнение к виду линейной функции $y = kx + m$ и выпишите коэффициенты k и m :

8.4. а) $y = \frac{15x - 7}{2}$; в) $y = \frac{19x - 11}{5}$;
 б) $y = \frac{8x + 3}{4}$; г) $y = \frac{9x + 7}{5}$.

8.5. а) $y = \frac{5 - 3x}{4}$; в) $y = \frac{12 + 7x}{5}$;
 б) $y = \frac{6 + x}{3}$; г) $y = \frac{-16 - 4x}{8}$.

Установите, задает ли уравнение линейную функцию:

8.6. а) $y = x^2 + 5$; в) $y = \frac{x}{5} + 2$;
 б) $y = \frac{5}{x} + 2$; г) $y = (x - 5)^2$.
 8.7. а) $y = \frac{x + 3}{3}$; в) $y = \frac{6 - 4x}{8}$;
 б) $y = \frac{2}{3x} - 1$; г) $y = \frac{2}{x + 3}$.

Преобразуйте линейное уравнение с двумя переменными x и y к виду линейной функции $y = kx + m$ и выпишите коэффициенты k и m :

8.8. а) $12x - y = -17$; в) $y - 36x = -40$;
 б) $y - 19x = 5$; г) $15x + y = 53$.
 8.9. а) $x - y = 9$; в) $y - x = 15$;
 б) $y - 7x = 11$; г) $35x - y = 8$.
 8.10. а) $8x + 3y = 24$; в) $3x + 4y = 12$;
 б) $5x - 2y = 10$; г) $7x - 5y = 35$.
 8.11. а) $5x + 6y = 0$; в) $15x - 12y = 0$;
 б) $7x - 9y = 11$; г) $2x + 3y = 57$.
 8.12. а) $19x + y - 5 = 0$; в) $y - 7x - 11 = 0$;
 б) $7x - 5y + 3 = 11$; г) $3x + 4y + 1 = 57$.

- 8.13. а) $\frac{x+y}{2} = 1$; в) $\frac{x-y}{5} = -1$;
 б) $\frac{2x-y}{3} = -2$; г) $\frac{6x+y}{2} = 3$.
- 8.14. Найдите значение линейной функции при данном значении аргумента:
 а) $y = 5x + 6$ при $x = -1$; в) $y = 12x + 1$ при $x = 3$;
 б) $y = 7x - 8$ при $x = 0$; г) $y = 9x - 7$ при $x = -2$.
- 8.15. Найдите значение линейной функции $y = 0,5x - 4$, если значение ее аргумента равно:
 а) 6; б) 3,2; в) -7; г) -8,9.
- 8.16. Найдите значение аргумента, при котором линейная функция $y = 5x - 3,5$ принимает значение:
 а) 11,5; б) 0; в) -3,5; г) -6,5.
- 8.17. Заполните таблицу и постройте график линейной функции:
 а) $y = 5x + 6$, $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & & \end{array}$; в) $y = 2x + 6$, $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -2 \\ \hline y & & \end{array}$;
 б) $y = 2x - 1$, $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & & \end{array}$; г) $y = 3x - 4$, $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & & \end{array}$;
- Постройте график линейной функции в соответствующей системе координат:
- 8.18. а) $y = x + 2$; б) $y = x - 3$; в) $y = x + 5$; г) $y = x - 1$.
 8.19. а) $y = 4x - 6$; б) $y = 5x + 7$; в) $y = 3x - 3$; г) $y = 2x + 1$.
 8.20. а) $y = -x - 2$; в) $y = -x + 1$;
 б) $y = -x - 3$; г) $y = -x - 8$.
 8.21. а) $y = -3x + 2$; в) $y = -7x + 3$;
 б) $y = -4x + 1$; г) $y = -5x + 2$.
 ○8.22. а) $y = 0,4x + 2$; в) $y = 0,2x - 4$;
 б) $y = -2,5x - 3$; г) $y = -1,5x + 8$.
 ○8.23. а) $y = \frac{1}{3}x - 1$; в) $y = \frac{1}{2}x + 5$;
 б) $y = -\frac{1}{2}x + 1$; г) $y = -\frac{2}{3}x - 2$.
 ○8.24. а) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$; в) $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}$;
 б) $y = -\frac{3}{10}x - \frac{2}{5}$; г) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

- 8.25. а) $s = 1,5t + 0,5$; в) $s = -4,5t - 2,5$;
 б) $s = -3,5t + 4,5$; г) $s = 2,5t - 3,5$.
- 8.26. а) $s = \frac{2}{3}t - 1$; б) $u = -\frac{v}{2} + 1$; в) $s = \frac{v}{4} - 2$; г) $u = -\frac{2}{3}t + 1$.
- 8.27. Найдите координаты точки пересечения графиков линейных функций:
 а) $y = x + 4$ и $y = 2x$;
 б) $y = -2x + 3$ и $y = 2x - 5$;
 в) $y = -x$ и $y = 3x - 4$;
 г) $y = 3x + 2$ и $y = -0,5x - 5$.
- 8.28. Постройте график линейной функции $y = x + 4$. Найдите:
 а) координаты точек пересечения графика с осями координат;
 б) значение y , соответствующее значению x , равному -2 ; -1 ; 1 ;
 в) значение x , которому соответствует значение y , равное 1 ; -2 ; 7 ;
 г) выясните, возрастает или убывает заданная линейная функция.
- 8.29. Постройте график линейной функции $y = -4x + 8$. Найдите:
 а) координаты точек пересечения графика с осями координат;
 б) значение y , соответствующее значению x , равному 0 ; 1 ; 2 ; 3 ;
 в) значение x , которому соответствует значение y , равное 0 ; 4 ; 8 ;
 г) выясните, возрастает или убывает заданная линейная функция.
- 8.30. Постройте график функции $y = 2x - 4$.
 а) Найдите координаты точки пересечения графика с осью абсцисс.
 б) Выделите ту часть графика, которая лежит выше оси абсцисс. Какие по знаку значения y соответствуют выделенной части графика? Какие значения принимает при этом выражение $2x - 4$?
 в) Определите, какие значения x соответствуют выделенной части графика.
 г) Найдите, при каких значениях x выполняется неравенство $y < 0$.
 Запишите выводы, сделанные в пунктах б), в), г) в виде неравенств.

○8.31. Постройте график функции $y = -0,5x + 2$ и прямую $y = 4$.

- а) Найдите координаты точки пересечения прямых.
- б) Выделите ту часть графика функции $y = -0,5x + 2$, которая расположена ниже прямой $y = 4$. Какие значения y соответствуют выделенной части графика? Какие значения при этом принимает выражение $-0,5x + 2$?
- в) Определите, какие значения x соответствуют выделенной части графика линейной функции.
- г) Найдите, при каких значениях x выполняется неравенство $-0,5x + 2 > 4$.

○8.32. Постройте график функции $y = -3x + 6$.

- а) С помощью построенного графика решите уравнение $-3x + 6 = 0$.
- б) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y > 0$. Какие значения аргумента соответствуют выделенной части графика?
- в) С помощью графика решите неравенство $-3x + 6 > 0$.
- г) Решите неравенство $-3x + 6 < 0$.

○8.33. Постройте график функции $y = 2x - 6$.

- а) С помощью построенного графика решите уравнение $2x - 6 = 0$.
- б) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y < 0$. При каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения?
- в) С помощью графика решите неравенство $2x - 6 \leq 0$.
- г) Решите неравенство $2x - 6 \geq 0$.

○8.34. Постройте график линейной функции $y = 3x - 6$ и с его помощью решите неравенство:

- а) $3x - 6 > 0$; в) $3x - 6 < 0$;
- б) $3x - 6 \leq 0$; г) $3x - 6 \geq 0$.

○8.35. Постройте график линейной функции $y = 4x + 4$ и с его помощью решите неравенство:

- а) $4x + 4 > 0$; в) $4x + 4 < 0$;
- б) $4x + 4 \leq 0$; г) $4x + 4 \geq 0$.

○8.36. Постройте график линейной функции $y = -x - 2$ и с его помощью решите неравенство:

- а) $-x - 2 > 0$; в) $-x - 2 < 0$;
б) $-x - 2 \leq 0$; г) $-x - 2 \geq 0$.

○8.37. Постройте график линейной функции $y = -2x + 4$ и с его помощью решите неравенство:

- а) $-2x + 4 > 0$; в) $-2x + 4 < 0$;
б) $-2x + 4 \leq 0$; г) $-2x + 4 \geq 0$.

Постройте график линейной функции $y = 2x + 3$ и выделите его часть, соответствующую заданному промежутку оси x :

8.38. а) $[0; 1]$; б) $[-2; 2]$; в) $[1; 3]$; г) $[-1; 1]$.

8.39. а) $(-\infty; 1)$; б) $(-2; +\infty)$; в) $(-\infty; -2)$; г) $(0; +\infty)$.

8.40. а) $(-\infty; 1]$; б) $[-2; +\infty]$; в) $(-\infty; -2]$; г) $[0; +\infty)$.

8.41. а) $(-2; 0)$; б) $(-2; -1)$; в) $(-1; 1)$; г) $(-1; 3)$.

Постройте график линейной функции $y = -3x + 1$ и выделите его часть, соответствующую заданному промежутку оси x :

8.42. а) $[1; 2]$; б) $(-2; -1]$; в) $[0; 1]$; г) $(-1; 0]$.

8.43. а) $(-\infty; 0]$; б) $(2; +\infty)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $[1; +\infty)$.

8.44. а) $[0; 2]$; б) $(1; 3)$; в) $[-1; 1]$; г) $(-2; 1]$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции на заданном промежутке:

○8.45. а) $y = x + 3$, $[-2; -1]$; в) $y = x + 3$, $[-3; -1]$;
б) $y = -x + 5$, $[-1; 4]$; г) $y = -x + 5$, $[2; 5]$.

○8.46. а) $y = 4x - 1$, $[-1; 2]$; в) $y = 3x - 2$, $[-1; 1]$;
б) $y = -2x + 5$, $[0; 4]$; г) $y = -5x + 7$, $[0; 2]$.

○8.47. Постройте график линейной функции $y = 3x - 9$ и с его помощью найдите:

- а) координаты точки пересечения графика с осью абсцисс;
б) все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y < 0$;
в) решение неравенства $3x - 9 > 0$;
г) значения x , при которых выполняется неравенство $y > -9$.

- 8.48. Постройте график линейной функции $y = -2x + 6$ и с его помощью найдите:
- координаты точки пересечения графика с осью абсцисс;
 - все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y > 0$;
 - решение неравенства $-2x + 6 < 0$;
 - значения x , при которых выполняется неравенство $y > 6$.
- 8.49. Постройте график линейной функции $y = x + 5$ и с его помощью найдите:
- координаты точек пересечения графика с осями координат;
 - все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y < 0$;
 - отрезок оси x , на котором выполняется неравенство $0 \leq y \leq 5$;
 - наименьшее и наибольшее значения линейной функции на отрезке $[-4; 1]$.
- 8.50. Постройте график линейной функции $y = -3x + 6$ и с его помощью найдите:
- координаты точек пересечения графика с осями координат;
 - отрезок оси x , на котором выполняется неравенство $-3 \leq y \leq 0$;
 - все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y > 0$;
 - наименьшее и наибольшее значения линейной функции на отрезке $[-1; 2]$.
-

- 8.51. Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика линейной функции:
- $y = 7,5x + 45$;
 - $y = 2,6x - 7,8$;
 - $y = 3,4x - 27,2$;
 - $y = 18,1x + 36,2$.
- 8.52. Выясните, проходит ли график линейной функции $y = 3,2x - 5$ через точку:
- $A(3; 4,6)$;
 - $B(1,2; 0)$;
 - $C(7,5; 4)$;
 - $D(2,2; 2,04)$.
- 8.53. Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции на заданном промежутке:
- $y = 0,5x + 3, [2; 3]$;
 - $y = -0,5x + 1, [-2; +\infty)$;
 - $y = 2,5x - 4, (1; 2]$;
 - $y = 2,5x - 4, (-\infty; 0]$.

- 8.54. Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции на заданном промежутке:
- а) $y = \frac{1}{4}x + 2$, $[-4; 4]$;
 - б) $y = \frac{1}{4}x + 2$, $[0; +\infty)$;
 - в) $y = -\frac{1}{3}x - 1$, $(-\infty; 6]$;
 - г) $y = -\frac{1}{3}x - 1$, $(-3; 3)$.
- 8.55. а) Найдите точку графика линейной функции $y = 3x - 12$, абсцисса которой равна ординате.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = 5x + 4$, абсцисса которой равна ординате.
- 8.56. а) Найдите точку графика линейной функции $y = 2x + 9$, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = -3x + 8$, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
- 8.57. а) Найдите точку графика линейной функции $y = x + 15$, абсцисса которой в 2 раза меньше ординаты.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = 2x - 35$, абсцисса которой в 3 раза больше ординаты.
- 8.58. Найдите значение m , если известно, что график линейной функции $y = -5x + m$ проходит через точку:
- а) $N(1; 2)$; в) $N(-7; 8)$;
 - б) $K(0,5; 4)$; г) $P(1,2; -3)$.
- 8.59. Найдите значение k , если известно, что график линейной функции $y = kx + 4$ проходит через точку:
- а) $C(3; 5)$; в) $E(-6; -8)$;
 - б) $D\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; г) $F\left(\frac{1}{3}; -8\right)$.
- 8.60. Пусть A — наибольшее значение линейной функции $y = 2x - 3$ на отрезке $[0; 2]$, а B — наибольшее значение линейной функции $y = 0,5x - 4$ на том же отрезке. Что больше: A или B ? Сделайте графическую иллюстрацию.
- 8.61. Пусть C — наименьшее значение линейной функции $y = x - 4$ на луче $[0; +\infty)$, а D — наименьшее значение линейной функции $y = 4 - x$ на луче $(-\infty; 1]$. Что больше: C или D ? Сделайте графическую иллюстрацию.

- 8.62. Определите знаки коэффициентов k и m , если известно, что график линейной функции $y = kx + m$ проходит :
- а) через первый, второй и третий координатные углы плоскости xOy ;
 - б) через первый, второй и четвертый координатные углы плоскости xOy ;
 - в) через первый, третий и четвертый координатные углы плоскости xOy ;
 - г) через второй, третий и четвертый координатные углы плоскости xOy .
- 8.63. Как расположен в координатной плоскости xOy график линейной функции $y = kx + m$, если известно, что:
- а) $k > 0$, $m = 0$; в) $k = 0$, $m \neq 0$;
 - б) $k < 0$, $m = 0$; г) $k = 0$, $m = 0$?
- 8.64. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения графиков линейных функций $y = 9x - 28$ и $y = 13x + 12$ параллельно:
- а) оси абсцисс; б) оси ординат.
- 8.65. Построив график линейной функции $y = 2x + 4$, решите неравенство:
- а) $2x + 4 > 0$; в) $2x + 4 < 0$;
 - б) $2x + 4 < 4$; г) $2x + 4 > 2$.
- 8.66. Построив график линейной функции $y = 3 - \frac{1}{2}x$, решите неравенство:
- а) $3 - \frac{1}{2}x \leq 0$; в) $3 - \frac{1}{2}x \geq 0$;
 - б) $3 - \frac{1}{2}x \geq -1$; г) $3 - \frac{1}{2}x \leq 4$.

§ 9. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ $y = kx$

Постройте график линейной функции:

- 9.1. а) $y = 2x$; б) $y = -3x$; в) $y = -6x$; г) $y = x$.
- 9.2. а) $s = 0,5t$; б) $s = \frac{3}{7}t$; в) $s = -1,2t$; г) $s = -\frac{t}{2}$.

- 9.3. Зависимость между переменными y и x выражена формулой $y = kx$. Определите значение коэффициента k и выясните, возрастает или убывает линейная функция $y = kx$, если:
- а) $y = 12$ при $x = 3$; в) $y = 45$ при $x = -9$;
 б) $y = -25$ при $x = 5$; г) $y = -99$ при $x = -11$.
- 9.4. Постройте график линейной функции $y = kx$, если известно, что ему принадлежит точка:
- а) $M(12; 48)$; в) $M(3; -18)$;
 б) $M(-16; 32)$; г) $M(-14; -21)$.
- 9.5. Прямая AB проходит через начало координат и точку $B(-21; 84)$. Графиком какой из указанных линейных функций является прямая AB :
- а) $y = -21x + 84$; б) $y = -4x + 4$; в) $y = -4x$; г) $y = 4x$?
- 9.6. Задайте линейную функцию формулой $s = kt$, если известно, что ее график на координатной плоскости tOs проходит через начало координат и через точку:
- а) $A(5; 7)$; б) $B(-2; -8)$; в) $C(9; -3)$; г) $D(-4; 12)$.
- 9.7. Какие из точек $A(0; 0)$, $B(2; -4)$, $C(5; 3)$, $D(-4; 8)$ принадлежат графику линейной функции $y = -2x$?
- 9.8. Постройте график линейной функции $y = 0,4x$. Найдите по графику:
- а) значение y , соответствующее значению x , равному 0; 5; 10; -5;
 б) значение x , которому соответствует значение y , равное 0; 2; 4; -2;
 в) решения неравенства $0,4x > 0$;
 г) решения неравенства $-2 \leq 0,4x \leq 0$.
- 9.9. Постройте график линейной функции $y = -2,5x$. Найдите по графику:
- а) значение y , соответствующее значению x , равному 0; 2; -2;
 б) значение x , которому соответствует значение y , равное 0; 5; -5;
 в) решения неравенства $-2,5x \geq 0$;
 г) решения неравенства $0 < -2,5x < 2$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции:

- 9.10. а) $y = 3x$ на отрезке $[0; 1]$; в) $y = 3x$ на луче $(-\infty; -1]$;
 б) $y = 3x$ на луче $[1; +\infty)$; г) $y = 3x$ на отрезке $[-1; 1]$.

- 9.11. а) $y = -2x$ на полуинтервале $[-2; 2)$;
 б) $y = -2x$ на луче $[0; +\infty)$;
 в) $y = -2x$ на луче $(-\infty; 1]$;
 г) $y = -2x$ на полуинтервале $(-1; 0]$.

- 9.12. а) $y = 0,4x$, если $x \in [0; 5]$;
 б) $y = 0,4x$, если $x \in [-5; +\infty)$;
 в) $y = 0,4x$, если $x \in (-\infty; 0]$;
 г) $y = 0,4x$, если $x \in (-5; 5)$.

- 9.13. а) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in [-4; 4]$;

б) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in (0; +\infty)$;

в) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in [-4; +\infty)$;

г) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in (0; 4]$.

- 9.14. Задайте формулой линейную функцию, график которой изображен:

- а) на рис. 8; б) на рис. 9; в) на рис. 10; г) на рис. 11.

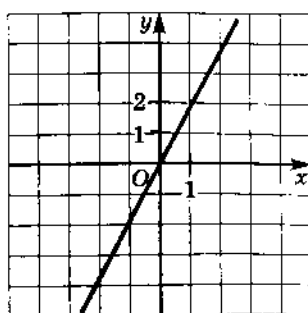


Рис. 8

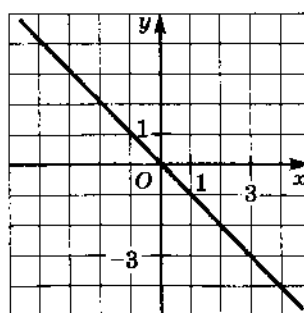


Рис. 9

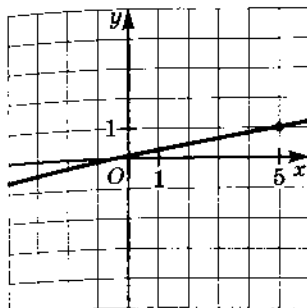


Рис. 10

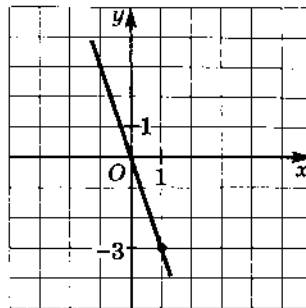


Рис. 11

○9.15. Определите знаки коэффициентов k и m , если известно, что график линейной функции $y = kx + m$ изображен:

- а) на рис. 12; в) на рис. 14;
б) на рис. 13; г) на рис. 15.

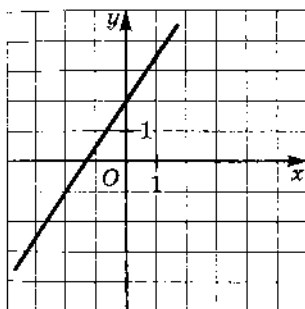


Рис. 12

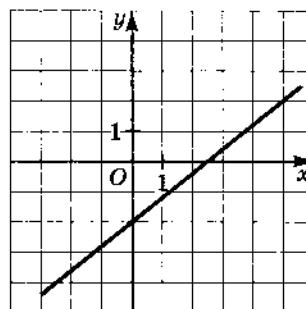


Рис. 13

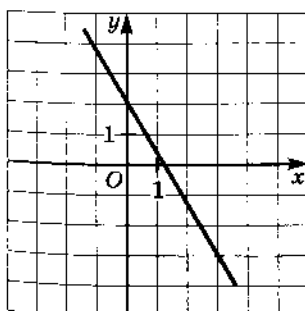


Рис. 14

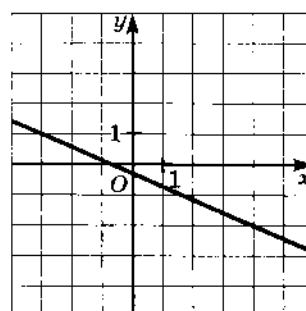


Рис. 15

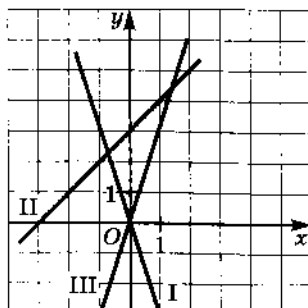


Рис. 16

9.16. На рис. 16 изображены графики функций $y = 3x$, $y = -3x$, $y = x + 3$. Укажите, какая формула соответствует тому или иному графику.

9.17. Выясните, корректно ли задание: найти точку пересечения указанных прямых. Если задание корректно, то выполните его.

а) $y = 2x$, $y = 2x - 3$;

б) $y = 3x$, $y = 2x - 1$;

в) $y = 5 - x$, $y = -x$;

г) $y = 4$, $y = x + 3$.

Составьте уравнение прямой $y = kx + m$, изображенной на заданном рисунке:

9.18. а) рис. 17; в) рис. 19;

б) рис. 18; г) рис. 20.

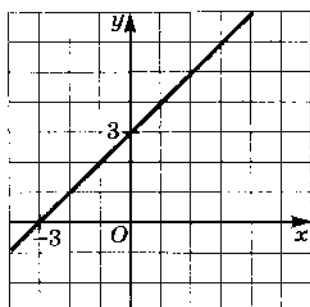


Рис. 17

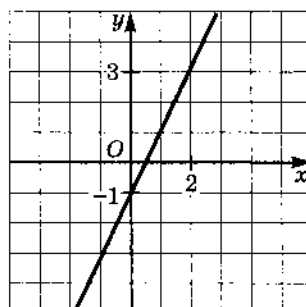


Рис. 18

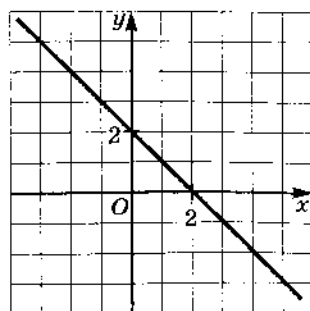


Рис. 19

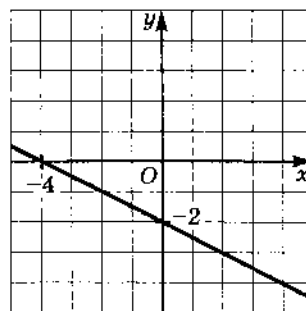


Рис. 20

9.19. а) рис. 21; б) рис. 22; в) рис. 23; г) рис. 24.

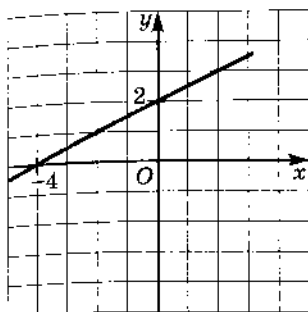


Рис. 21

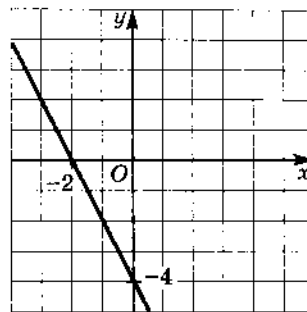


Рис. 22

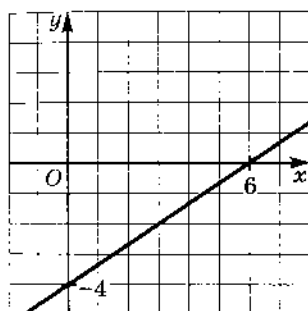


Рис. 23

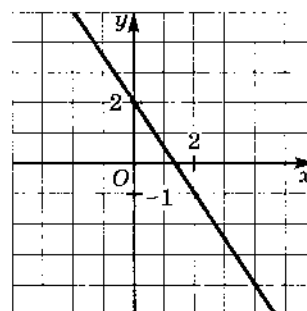


Рис. 24

§ 10. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ГРАФИКОВ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

10.1. Не выполняя построения, установите взаимное расположение графиков линейных функций:

- а) $y = 2x$ и $y = 2x - 4$;
- б) $y = x + 3$ и $y = 2x - 1$;
- в) $y = 4x + 6$ и $y = 4x + 6$;
- г) $y = 12x - 4$ и $y = -x + 1$.

Не выполняя построения, установите взаимное расположение графиков линейных функций:

- 10.2. а) $y = 0,5x + 8$ и $y = \frac{1}{2}x + 8$;
 б) $y = \frac{3}{10}x - 2$ и $y = 7x - 4$;
 в) $y = 5x + 8$ и $y = \frac{10}{2}x - 2$;
 г) $y = 105x - 11$ и $y = \frac{3}{8}x + 15$.

- 10.3. а) $y = \frac{14}{2}x - 5$ и $y = 7x + 3$;
 б) $y = 6x + \frac{1}{3}$ и $y = 7 + 6x$;
 в) $y = \frac{12}{16}x + \frac{8}{10}$ и $y = \frac{15}{20}x + \frac{4}{5}$;
 г) $y = \frac{8}{9}x - \frac{1}{7}$ и $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{10}$.

Подставьте вместо символа * такое число, чтобы графики заданных линейных функций были параллельны:

- 10.4. а) $y = 8x + 12$ и $y = *x - 3$;
 б) $y = *x - 4$ и $y = 5 + 6x$;
 в) $y = *x + 6$ и $y = 12 - 7x$;
 г) $y = 4x - 1$ и $y = *x + 11$.
 10.5. а) $y = *x + 5$ и $y = *x + 7$;
 б) $y = 45x - 9$ и $y = 45x + *$;
 в) $y = -*x - 3$ и $y = *x + 1$;
 г) $y = 1,3x + 21$ и $y = 1,3x - *$.

Подставьте вместо символа * такое число, чтобы графики заданных линейных функций пересекались:

- 10.6. а) $y = 6x + 1$ и $y = *x - 3$; в) $y = 7x + 8$ и $y = *x - 4$;
 б) $y = *x + 5$ и $y = 9x - 1$; г) $y = *x - 15$ и $y = 3x + 2$.
 10.7. а) $y = 2x + *$ и $y = x - *$; в) $y = 3x - *$ и $y = -x - *$;
 б) $y = *x - 1$ и $y = *x + 3$; г) $y = *x + 17$ и $y = *x + 9$.

Подставьте вместо символа * такое число, чтобы графики заданных линейных функций совпадали; установите, в каких случаях это задание некорректно:

- 10.8. а) $y = *x + 5$ и $y = x + 7$; в) $y = 6x - 3$ и $y = *x - 3$;
 б) $y = *x + 8$ и $y = 5x + 8$; г) $y = 7x - 9$ и $y = *x - 8$.

- 10.9. а) $y = 8x + *$ и $y = 7x + 8$;
б) $y = 4,5x - *$ и $y = 4,5x - *$;
в) $y = 0,35x - *$ и $y = 0,35x - *$;
г) $y = 2x + *$ и $y = 2x + *$.

Найдите координаты точки пересечения заданных прямых; если это невозможно, объясните почему:

- 10.10. а) $y = 2x + 3$ и $y = 3x + 2$;
б) $y = -15x - 14$ и $y = -15x + 8$;
в) $y = 7x + 4$ и $y = -x + 4$;
г) $y = 7x + 6$ и $y = 7x + 9$.
- 10.11. а) $y = 15x + 17$ и $y = 15x + 17$;
б) $y = -3x + 4$ и $y = 2x - 1$;
в) $y = 13x - 8$ и $y = 13x - 8$;
г) $y = -5x + 3$ и $y = x - 3$.
- 10.12. а) $y = x + 5$ и $y = x + 7$;
б) $y = 1,5x + 4$ и $y = 1,5x + 4$;
в) $y = -2x + 8$ и $y = 8$;
г) $y = 79x$ и $y = 75x$.
- 10.13. Не выполняя построения графиков, найдите координаты точки пересечения прямых:
а) $y = x + 5$ и $y = 1,5x + 4$; в) $y = -2x + 8$ и $y = x - 7$;
б) $y = 75x - 1$ и $y = 78x$; г) $y = -49x$ и $y = -42x + 3$.
- 10.14. Задайте формулой линейную функцию $y = kx$, график которой параллелен графику данной линейной функции:
а) $y = 4x - 3$; в) $y = \frac{1}{3}x + 2$;
б) $y = -3x + 1$; г) $y = -0,5x - 4$.
- 10.15. Задайте формулой линейную функцию $y = kx$, график которой параллелен прямой:
а) $x + y - 3 = 0$; в) $2x - y + 4 = 0$;
б) $2x - 3y - 12 = 0$; г) $-x + 2y + 6 = 0$.
-

- 10.16. Задайте линейную функцию, график которой параллелен графику данной линейной функции и проходит через данную точку M :
а) $y = 3x$, $M(0; -2)$; в) $y = -5x$, $M(0; 3)$;
б) $y = -2,5x$, $M(2; 1)$; г) $y = 1,5x$, $M(-4; -3)$.

- 10.17.** Задайте линейную функцию, график которой параллелен данной прямой и проходит через заданную точку N :
- а) $x + y - 1 = 0$, $N(0; -2)$;
 - б) $-4x + 2y + 1 = 0$, $N(1; 4)$;
 - в) $x - y + 3 = 0$, $N(0; 1)$;
 - г) $-9x - 3y + 2 = 0$, $N(-2; 1)$.
- 10.18.** Даны две возрастающие линейные функции $y = k_1x + m_1$, $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций были параллельны.
- 10.19.** Даны две убывающие линейные функции $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций совпадали.
- **10.20.** Даны две линейные функции $y = k_1x + m_1$, $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций пересекались, причем обе функции были:
- а) возрастающими; б) убывающими.
- **10.21.** Построив графики линейных функций $y = 2x - 3$ и $y = 3x - 7$, решите заданное уравнение или неравенство:
- а) $2x - 3 = 3x - 7$; в) $2x - 3 < 3x - 7$;
 - б) $2x - 3 > 3x - 7$; г) $2x - 3 \geq 3x - 7$.
- **10.22.** Графики линейных функций $y = kx + m$ и $y = ax + b$ пересекаются в точке, лежащей внутри третьего координатного угла координатной плоскости xOy . Определите знаки коэффициентов k , m , a , b , если известно, что прямая $y = kx + m$ не проходит через второй координатный угол, а прямая $y = ax + b$ проходит через начало координат.
- **10.23.** Графики линейных функций $y = kx + m$ и $y = ax + b$ пересекаются в точке, лежащей внутри второго координатного угла координатной плоскости xOy . Определите знаки коэффициентов k , m , a , b , если известно, что прямая $y = kx + m$ не проходит через третий координатный угол, а прямая $y = ax + b$ проходит через первый координатный угол и не параллельна оси абсцисс.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

1. Точки $A(4; 5)$ и $C(-2; -1)$ являются противоположными вершинами квадрата $ABCD$. Найдите координаты остальных вершин и координаты точки, которая делит сторону BC пополам.
2. Найдите координаты точек, в которых прямая MN , где $M(2; 4)$ и $N(5; -2)$, пересекает координатные оси.
3. Найдите линейную функцию $y = 2x + m$, если известно, что ее график проходит через точку $A(-1; 5)$.
4. Постройте график линейной функции $y = -2x + 3$ и с его помощью решите неравенство $-2x + 3 \geq 1$.
5. Найдите координаты точек пересечения графика линейной функции $y = 1,2x - 5,7$ с осями координат.
6. На графике линейной функции $y = \frac{1}{2}x + 2\frac{3}{4}$ найдите точку, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через начало координат и точку $M(-2,5; 4)$. Найдите точку пересечения этого графика с прямой $3x - 2y - 16 = 0$.
8. Найдите точку пересечения графиков линейных функций $y = -2x + 4$ и $y = 3x - 4$.
9. Для двух линейных функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ подберите такие коэффициенты k_1, k_2, b_1, b_2 , чтобы их графики пересекались в первом координатном угле и одна из функций была бы убывающей, а вторая возрастающей.

Вариант 2

1. Точки $B(-4; 2)$ и $D(2; -4)$ являются противоположными вершинами квадрата $ABCD$. Найдите координаты остальных вершин и координаты точки, которая делит сторону AD пополам.
2. Найдите координаты точек, в которых прямая FE , где $F(3; 4)$ и $E(-6; -5)$, пересекает координатные оси.
3. Найдите линейную функцию $y = kx - 3$, если известно, что ее график проходит через точку $M(2; -9)$.
4. Постройте график линейной функции $y = 0,5x - 2$ и с его помощью решите неравенство $0,5x - 2 < -3$.

5. Найдите координаты точек пересечения графика линейной функции $y = -2,4x + 7,2$ с осями координат.
6. Для линейной функции $y = -\frac{3}{4}x + 3\frac{1}{2}$ найдите точку, абсцисса и ордината которой — одинаковые числа.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через начало координат и точку $M(3; -4,5)$. Найдите точку пересечения этого графика с прямой $x - 2y + 4 = 0$.
8. Найдите точку пересечения графиков линейных функций $y = 5x + 1$ и $y = -3x + 4$.
9. Для двух линейных функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ подберите такие коэффициенты k_1, k_2, b_1, b_2 , чтобы их графики пересекались во втором координатном угле и обе функции были бы убывающими.

§ 11. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- 11.1. Является ли пара чисел (1; 1) решением линейного уравнения с двумя переменными:
 а) $7x + 3y = 10$; в) $6x + 8y = 1$;
 б) $6x - 2y = 4$; г) $15x - 12y = 3$?
- 11.2. Подберите несколько решений линейного уравнения $3x - 2y = 5$.
- 11.3. Составьте линейное уравнение с двумя переменными, решением которого служит пара чисел:
 а) (2; 5); б) (-3; 1); в) (-7; -2); г) (-4; 5).
- 11.4. Найдите все пары натуральных чисел, которые удовлетворяют уравнению $x + y = 15$.
- 11.5. Является ли пара чисел (60; 30) решением системы уравнений:
 а) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 5y = 330, \\ 6x - 8y = 110? \end{cases}$
- 11.6. Какая из пар чисел является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9; \end{cases}$$

 а) (3; -1); б) (-9; 3); в) (2; 1); г) (1; 2)?
- 11.7. Является ли решением системы уравнений

$$\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26 \end{cases}$$

 пара чисел: а) (1; 2); б) (-2; -5); в) (4; 3); г) (0; 1)?

11.8. Убедитесь, что пара чисел (12; 15) является решением системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 27, \\ 2x - 4y = -36; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - y = 9, \\ 4y = 5x. \end{cases}$$

11.9. Даны два линейных уравнения с двумя переменными:
 $x - y = 2$ и $x + y = 8$.

Найдите пару чисел, которая:

- а) является решением первого уравнения, но не является решением второго;
- б) является решением второго уравнения, но не является решением первого;
- в) является решением и первого, и второго уравнений;
- г) не является решением ни первого, ни второго уравнения.

Решите графически систему уравнений:

- 11.10. а) $\begin{cases} y = x, \\ y = 3x - 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = 5x, \\ y = -2x + 7; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} y = -3x, \\ y = 3 - 4x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x, \\ y = x - 5. \end{cases}$
- 11.11. а) $\begin{cases} y = x - 1, \\ x + 3y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -2x, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} 3x - 2y = 12, \\ x + 2y = -4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 8, \\ 2x - 3y = 10. \end{cases}$
- 11.12. а) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 2, \\ x + 3y = 3; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} y = \frac{2}{5}x - 1, \\ 4x - 10y = 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 2, \\ 2x - 6y = 4. \end{cases}$
- 11.13. а) $\begin{cases} x + y = -5, \\ 3x - y = -7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ y - x = 1; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} x - 2y = 7, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y = -2, \\ 2x - y = -4. \end{cases}$
-

- с11.14. Составьте какую-либо систему двух линейных уравнений с двумя переменными, если известно, что решением этой системы является пара чисел:
а) (0; 6); б) (-3; -4); в) (-1; 2); г) (5; -7).

11.15. Решите графически систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 7x + 2y = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x + 3y = 2, \\ 2x - 5y = -10. \end{cases}$$

11.16. К каждому из следующих уравнений подберите второе уравнение так, чтобы полученная система имела единственное решение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 3x - 2y = 8; & \text{в) } -3x - 7y = 2; \\ \text{б) } -5x + 4y = 1; & \text{г) } 5x + 6y = 9. \end{array}$$

11.17. К каждому из следующих уравнений подберите второе уравнение так, чтобы полученная система имела бесконечно много решений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 8x + y = 5; & \text{в) } 7x + 8y = 4; \\ \text{б) } 3x - 2y = 1; & \text{г) } x - y = 3. \end{array}$$

11.18. К каждому из следующих уравнений подберите второе уравнение так, чтобы полученная система не имела решений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 7x - 5y = 3; & \text{в) } 45x - 31y = 13; \\ \text{б) } 6x + 11y = 8; & \text{г) } 54x - 23y = 40. \end{array}$$

11.19. Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 8y = 20$, если известно, что решением этого уравнения является пара чисел:

$$\text{а) } (2; 1); \quad \text{б) } (-3; -2).$$

- 11.20. а) Дана система уравнений $\begin{cases} x + ay = 35, \\ bx + 2y = 27. \end{cases}$

Известно, что пара чисел (5; 6) является ее решением. Найдите значения a и b .

$$\text{б) Дана система уравнений } \begin{cases} ax - 3y = 7, \\ 5x + by = 26. \end{cases}$$

Известно, что пара чисел (10; 5) является ее решением. Найдите значения a и b .

- 11.21. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} ax + 3y = 11, \\ 5x + 2y = 12, \end{cases}$

если известно, что первое уравнение этой системы обращается в верное равенство при $x = 5$ и $y = -3$.

§ 12. МЕТОД ПОДСТАНОВКИ

○12.1. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y = 9x + 5, \\ y = -6x - 25; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = -8x - 15, \\ y = 5x + 24; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = 13x - 7, \\ y = 23x - 6; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = -11x + 9, \\ y = -21x + 11. \end{cases} \end{array}$$

Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{array}{ll} \text{○12.2. а) } \begin{cases} y = 1 - 7x, \\ 4x - y = 32; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = x + 1, \\ 5x + 2y = 16; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x = 2y - 3, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases} \\ \text{○12.3. а) } \begin{cases} x = 4y, \\ x + 5y = 99; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = 6x, \\ 4x + y = 150; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -4x, \\ x - y = 10; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x = -5y, \\ x - 4y = -18. \end{cases} \\ \text{○12.4. а) } \begin{cases} x = 10y, \\ 2x + 3y = 46; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x = -0,5y, \\ -6x - 2y = 9; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -2,5x, \\ 5x + 4y = 75; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = 1,5x, \\ 2y + 5x = 64. \end{cases} \end{array}$$

В заданном уравнении выразите одну переменную через другую:

$$\begin{array}{ll} \text{○12.5. а) } 2x + y = 4; & \text{в) } 3a + b = 12; \\ \text{б) } x + 6y = 9; & \text{г) } c + 8d = 15. \\ \text{○12.6. а) } 6x - y = 18; & \text{в) } 18m - n = 3; \\ \text{б) } -a - 5b = 20; & \text{г) } -p - 9q = 4. \\ \text{○12.7. а) } 3s - 2t = 8; & \text{в) } 9r - 13s = 17; \\ \text{б) } 7z + 4q = 11; & \text{г) } 5u + 7v = 21. \end{array}$$

Решите систему уравнений методом подстановки:

○12.8. а) $\begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ 2x + y = 10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 7x - 2y = 15, \\ 2x + y = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 5y = 35, \\ 3x + 2y = 27; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + 3y = 2, \\ 2x + 3y = 7. \end{cases}$

○12.9. а) $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ 3x - 2y = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 4y = 55, \\ 7x - y = 56; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5y - x = 6, \\ 3x - 4y = 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4y - x = 11, \\ 6y - 2x = 13. \end{cases}$

Найдите координаты точки пересечения прямых:

○12.10. а) $y = 10x + 30$ и $y = -12x + 272$;

б) $y = -18x + 25$ и $y = 15x + 14$;

в) $y = 15x - 21$ и $y = 7x - 77$;

г) $y = -7x - 19$ и $y = 14x - 1$.

○12.11. а) $y = 5x$ и $4x + y = 180$;

б) $x - 2y = 5$ и $2x + y = 9$;

в) $y = -1,4x$ и $x - y = 18$;

г) $x - 10y = 1$ и $2x + 3y = 48$.

Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные:

- 12.12. В седьмых классах девочек в 1,3 раза больше, чем мальчиков. Сколько всего учеников в седьмых классах, если девочек на 12 больше, чем мальчиков?

- 12.13. Два числа в сумме дают 77. Найдите эти числа, если $\frac{2}{3}$ одного числа составляют $\frac{4}{5}$ другого.
-

12.14. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ 3x + 4y = 34; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -5x + 2y = 20, \\ 2x - 5y = -8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x - 4y = 5, \\ 2x - 3y = 9. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

- 12.15. а) $\begin{cases} 4x - 5y = 1, \\ 2x - 3y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 4y = 0, \\ 2x + 3y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 5y = 0, \\ 8y - 5x = -1. \end{cases}$
- 12.16. а) $\begin{cases} 4x - 7y = 33, \\ 2x + 5y = 25; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5y - 6x = 2, \\ 8x - 3y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5x - 2y = 48, \\ 2x + 3y = 23; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x - 3y = -1, \\ 10x - 4y = 1. \end{cases}$
- 12.17. а) $\begin{cases} 6x + 5y = 1, \\ 2x - 3y = 33; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x + 6y = 4, \\ 3x + 5y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 5y = -2, \\ 3x + 2y = -13; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 7y = 1, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$
- 12.18. а) $\begin{cases} 4(x - y) = -2, \\ 3x - 7y = -2,5 - 2(x + y); \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2(x + y) = 8, \\ 14 - 3(x - y) = 5y - x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3(x + y) = 6, \\ 6 + 5(x - y) = 8x - 2y; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5(x - y) = 10, \\ 3x - 7y = 20 - (x + 3y). \end{cases}$
- 12.19. а) $\begin{cases} 2 - 3x = 2(1 - y), \\ 4(x + y) = x - 1,5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x + 3 = 8x - 3(2y - 4), \\ 2(2x - 3y) - 4x = 2y - 8; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - 3(2y + 1) = 15, \\ 3(x + 1) + 3y = 2y - 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4y + 20 = 2(3x - 4y) - 4, \\ 16 - (5x + 2y) = 3x - 2y. \end{cases}$
- 12.20. а) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5, \\ 5x - 11y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x + 7y = 1, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{6} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$
- 12.21. а) $\begin{cases} 6y - 5x - 1 = 0, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{2} = 10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x+2y}{5} + \frac{3x-y}{3} = 5, \\ 2x - 3y = -1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{3x+2y}{5} + \frac{x-3y}{6} = 3, \\ 2x + 7y + 43 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 7x - 10y = 5, \\ \frac{4x+1}{3} - \frac{5x-3y}{4} = 3. \end{cases}$

12.22. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} \frac{5x-3+9y}{3} = \frac{2x+3y-2}{2}, \\ \frac{x-3y}{2} = \frac{2x-3y}{3}; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{x+3-5y}{2} = \frac{3x-4y+3}{3}, \\ \frac{6+3x-y}{3} = \frac{12x-y}{4}; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} \frac{2x-y}{6} + \frac{2x+y}{9} = 3, \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 4; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5, \\ \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{5} = 10. \end{cases} \end{array}$$

Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные:

12.23. Первое число составляет 25% от второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 52,5.

12.24. Первое число составляет 87% от второго. Найдите эти числа, если второе число больше первого на 3,9.

12.25. Первое число составляет 124% от второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 112.

12.26. Найдите абсциссу точки пересечения графиков двух линейных уравнений с двумя переменными:

а) $4x - 3y = 12$ и $3x + 4y = -24$;

б) $5x + 2y = 20$ и $2x - 5y = 10$;

в) $2x - 3y = 12$ и $3x + 2y = 6$;

г) $5x - 3y = 5$ и $2x + 7y = 4$.

12.27. Составьте уравнение прямой, проходящей через данные точки:

а) $A(5; 0)$; $B(0; 2)$;

в) $E(7; 0)$; $F(0; -1)$;

б) $C(-6; 0)$; $D(0; 4)$;

г) $L(-2; 0)$; $K(0; -4)$.

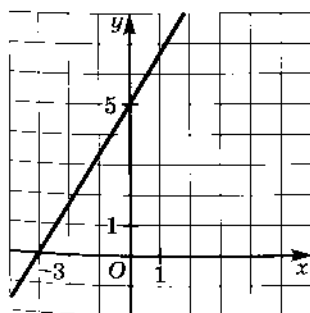


Рис. 25

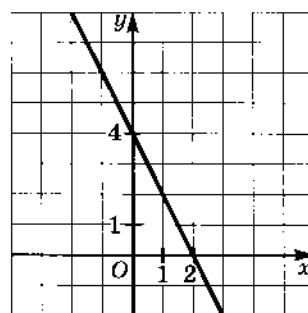


Рис. 26

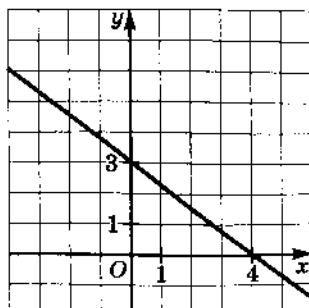


Рис. 27

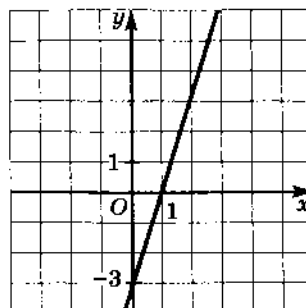


Рис. 28

12.28. Составьте аналитическую модель линейной функции, график которой изображен:

- а) на рис. 25; в) на рис. 27;
б) на рис. 26; г) на рис. 28.

12.29. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $y = 9x - 28$ и $y = 13x + 12$.

§ 13. МЕТОД АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ

Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

○13.1. а) $\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 9, \\ -x + y = -3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 4, \\ -x + y = -8. \end{cases}$

○13.2. а) $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 6y = 17, \\ 5x + 6y = 13; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 9y + 13x = 35, \\ 29y - 13x = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 9x - 7y = 19, \\ -9x - 4y = 25. \end{cases}$

○13.3. а) $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - 3y = -5; \end{cases}$	б) $\begin{cases} y - x = 9, \\ 7y - x = -3; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 4x - y = 3, \\ x - y = 6; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 5x + y = 6, \\ x + y = -10. \end{cases}$
○13.4. а) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x - 6y = 12, \\ 3x + 5y = 100; \end{cases}$
б) $\begin{cases} -5x + 7y = 6, \\ 2x + 7y = 76; \end{cases}$	г) $\begin{cases} -3x + 5y = -11, \\ 8x + 5y = 11. \end{cases}$
○13.5. а) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 4; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ x + 2y = 1; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ 2x - 5y = -22; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 5x + y = 24, \\ 7x + 4y = 18. \end{cases}$
○13.6. а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ 4x - 5y = 7; \end{cases}$	б) $\begin{cases} x - y = -3, \\ 2x + 7y = 3; \end{cases}$
б) $\begin{cases} x - y = 6, \\ 5x - 2y = -3; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 9x + 4y = -2, \\ x + y = -8. \end{cases}$
○13.7. а) $\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 8y = 13, \\ 5x - 16y = 7; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 5x + 2y = 1, \\ 15x + 3y = 3; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 10x + 15y = -45, \\ 2x - 3y = 33. \end{cases}$
○13.8. а) $\begin{cases} 3x + 7y = 46, \\ 4x - 3y = 12; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 5x + 3y = 20, \\ 2x - 4y = 21; \end{cases}$
б) $\begin{cases} -3x + 4y = 24, \\ 5x + 3y = -40; \end{cases}$	г) $\begin{cases} -5x + 3y = -15, \\ 2x + 7y = 47. \end{cases}$
○13.9. а) $\begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 5x + 7y = 5; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 7x + 5y = -5, \\ 5x + 3y = 1; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 3x - 5y = 25, \\ 4x - 3y = 37; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 30. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

$$13.10. \text{ а) } \begin{cases} 4x + 15y = -42, \\ -6x + 25y = -32; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 12x - 35y = 25, \\ -8x - 15y = -55; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x + 8y = -53, \\ 15x + 12y = -27; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 25x - 24y = -21, \\ 10x - 9y = 3. \end{cases}$$

$$13.11. \text{ а) } \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 6x - 5y = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = 4, \\ \frac{4}{5}x - 3y = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 11, \\ \frac{3}{5}x - 2y = 8; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = -1, \\ 2x - 3y = -54. \end{cases}$$

$$13.12. \text{ а) } \begin{cases} \frac{y+1}{3x-4} = \frac{1}{2}, \\ \frac{5x+y}{3x+11} = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{3x+10}{y+1} = \frac{1}{12}, \\ \frac{5x+y}{9x+2y} = \frac{4}{5}. \end{cases}$$

Составьте уравнение прямой, проходящей через заданные точки:

- 13.13. а) $A(2; 3); B(-1; 4);$ в) $M(-3; -1); N(2; 5);$
 б) $C(-6; 7); D(4; 3);$ г) $P(6; 2); Q(-1; -3).$

- 13.14. Составьте аналитическую модель линейной функции, график которой изображен:

а) на рис. 29; б) на рис. 30; в) на рис. 31; г) на рис. 32.

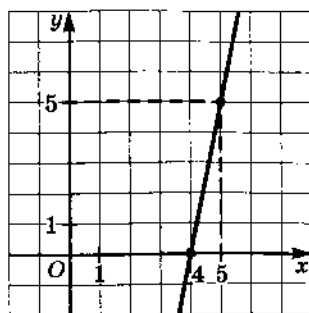


Рис. 29

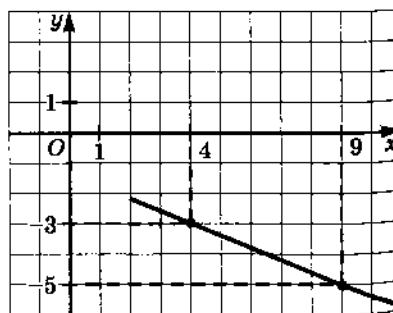


Рис. 30

- 13.15. Составьте аналитическую модель системы линейных уравнений, геометрическая иллюстрация которой представлена:

- а) на рис. 33; в) на рис. 35;
б) на рис. 34; г) на рис. 36.

- 13.16. При каком значении p график функции:

а) $y = px$;

б) $y = px + 1$

пройдет через точку пересечения прямых $6x - y = 13$ и $5x + y = 20$?

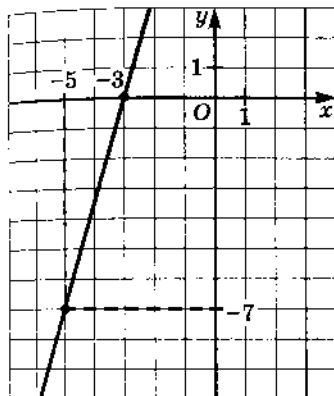


Рис. 31

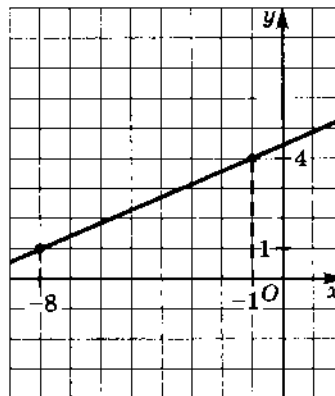


Рис. 32

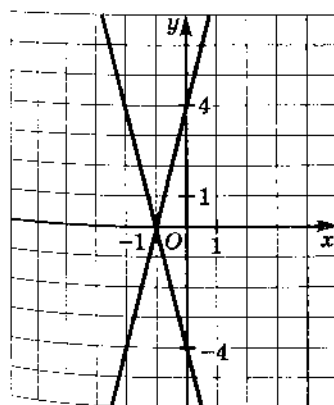


Рис. 33

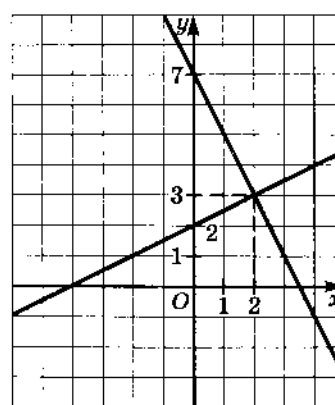


Рис. 34

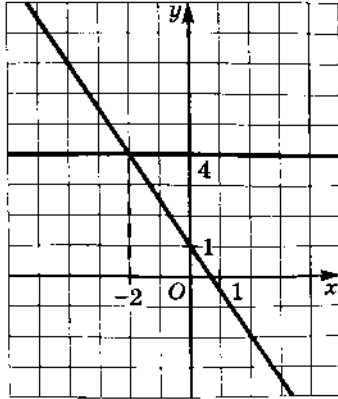


Рис. 35

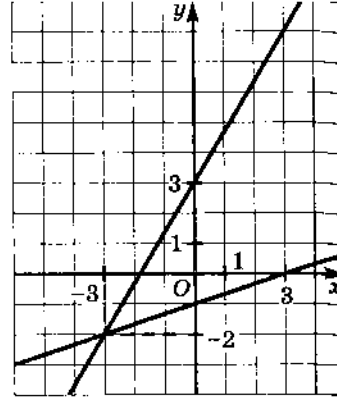


Рис. 36

●13.17. При каких значениях a и b решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} ax + by = 36, \\ ax - by = 8 \end{cases}$ является пара чисел $(2; -1)$?

б) $\begin{cases} ax + by = 2a, \\ ax - by = 16 \end{cases}$ является пара чисел $(-1; 2)$?

в) $\begin{cases} ax + by = 4, \\ ax - by = -24 \end{cases}$ является пара чисел $(1; -2)$?

г) $\begin{cases} ax + by = 18, \\ ax - by = a + 2 \end{cases}$ является пара чисел $(-2; 1)$?

●13.18. При каких значениях a и b решением системы уравнений

а) $\begin{cases} (a - 10)x + by = 2b, \\ ax - (b + 4)y = 2a - 20 \end{cases}$ является пара чисел $(1; 1)$?

б) $\begin{cases} (a + 1)x - by = 2b, \\ ax + (b + 1)y = 5a \end{cases}$ является пара чисел $(-4; -6)$?

§ 14. СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ СИТУАЦИЙ

- 14.1. Расстояние между двумя пунктами по реке равно 80 км. Это расстояние лодка проплывает по течению реки за 4 ч, а против течения — за 5 ч. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.
- 14.2. Два пешехода отправились одновременно навстречу друг другу из пунктов M и N , расстояние между которыми 38 км. Через 4 ч расстояние между ними сократилось до 2 км, а еще через 3 ч первому пешеходу осталось пройти до пункта N на 7 км меньше, чем второму до M . Найдите скорости пешеходов.
- 14.3. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 30 км, навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода и встретились через 3 ч 20 мин. Если бы первый вышел на 2 ч раньше второго, то встреча произошла бы через 2,5 ч после выхода второго. Найдите скорости пешеходов.
- 14.4. Катер за 4 ч по течению реки проплывает на 10 км меньше, чем за 6 ч против течения. Найдите собственную скорость катера, если плот по этой реке за 15 ч проплывает такое же расстояние, что и катер за 2 ч по озеру.
- 14.5. Теплоход 120 км проходит за 5 ч против течения реки и 180 км за 6 ч по течению. Найдите скорость течения реки и собственную скорость теплохода.
- 14.6. По течению реки лодка за 3 ч 20 мин проходит расстояние 30 км, а против течения за 4 ч — расстояние 28 км. Какое расстояние по озеру пройдет лодка за 1,5 ч?
- 14.7. Найдите два числа, если известно, что утроенная разность этих чисел на 6 больше их суммы, а удвоенная разность этих чисел на 9 больше их суммы.
- 14.8. Если числитель дроби умножить на 2, а из знаменателя вычесть 2, то получится 2. Если же из числителя вычесть 4, а знаменатель умножить на 4, то получится $\frac{1}{12}$. Найдите эту дробь.

- 14.9. Если к числителю и знаменателю дроби прибавить по единице, то получится $\frac{1}{2}$, а если из них вычесть по единице, то получится $\frac{1}{3}$. Найдите эту дробь.
- 14.10. Два тракториста вспахали вместе 678 га. Первый тракторист работал 8 дней, а второй — 11 дней. Сколько гектаров вспахивал за день каждый тракторист, если первый тракторист за каждые 3 дня вспахивал на 22 га меньше, чем второй за 4 дня?
- 14.11. Две бригады работали на уборке картофеля. В первый день одна бригада работала 2 ч, а вторая — 3 ч, причем ими было собрано 23 ц картофеля. Во второй день первая бригада за 3 ч работы собрала на 2 ц больше, чем вторая за 2 ч. Сколько центнеров картофеля собирала каждая бригада за 1 ч работы?
- 14.12. Зерно перевозили на двух автомашинах различной грузоподъемности. В первый день было вывезено 27 т зерна, причем одна машина сделала 4 рейса, а другая — 3 рейса. На следующий день вторая машина за 4 рейса перевезла на 11 т зерна больше, чем первая машина за 3 рейса. Сколько тонн зерна перевозили на каждой машине за один рейс?
- 14.13. Для перевозки руды из карьера были отправлены пятитонные и трехтонные самосвалы. За 1 рейс пятитонные самосвалы перевозят руды на 18 т больше, чем трехтонные. За рабочий день пятитонные самосвалы совершили 4 рейса, а трехтонные — 6 рейсов, и всего ими перевезено за день 192 т руды. Сколько самосвалов каждой грузоподъемности перевозили руду?
- 14.14. На рынке было закуплено 84 кг черешни и вишни, причем черешни куплено на 3 ящика меньше, чем вишни. Сколько ящиков черешни и вишни закуплено по отдельности, если в 1 ящике черешни 8 кг, а вишни 10 кг?
- 14.15. Двое рабочих изготовили 162 детали. Первый работал 8 дней, а второй — 15 дней. Сколько деталей изготовил каждый рабочий, если первый изготовил за 5 дней на 3 детали больше, чем второй за 7 дней?

- 14.16. На двух полках находится 110 книг. Если со второй полки переставить половину книг на первую, то на первой окажется в 4 раза больше книг, чем останется на второй. Сколько книг на каждой полке?
- 14.17. Для учащихся приобрели футбольные и волейбольные мячи, причем волейбольных в 5 раз больше, чем футбольных. На следующий год приобрели новую партию мячей, причем футбольных стало в 6 раз больше, чем было, волейбольных — в 4 раза больше, чем было, а всего мячей стало 52. Сколько мячей закупили в первый год?
- 14.18. Сумма цифр двузначного числа равна 14. Если его цифры поменять местами, то полученное двузначное число будет на 18 меньше первоначального. Найдите исходное число.
-
- 14.19. Одно число на 140 меньше другого; 60% большего числа на 64 больше 70% меньшего. Найдите эти числа.
- 14.20. Известно, что 30% числа a на 20 больше, чем 25% числа b , а 30% числа b на 8 больше, чем 20% числа a . Найдите числа a и b .
- 14.21. Среднее арифметическое двух чисел равно 32,5. Найдите эти числа, если известно, что 30% одного из них на 0,25 больше, чем 25% другого.
- 14.22. Полуразность двух чисел равна 14,9. Найдите эти числа, если известно, что 24% первого числа на 0,6 меньше второго.
- 14.23. Путь по морю от города A до города B на 60 км короче, чем по шоссе. Теплоход проходит путь от A до B за 5 ч, а автомобиль — за 3 ч. Найдите скорости теплохода и автомобиля, если известно, что скорость теплохода составляет 40% скорости автомобиля.
- 14.24. Туристы сначала плыли на теплоходе по реке 2 ч, а затем шли 5 ч пешком до конечного пункта. Известно, что по реке они проплыли в 3 раза большее расстояние, чем прошли пешком. Найдите скорости туристов и теплохода, если известно, что скорость теплохода на 26 км/ч больше скорости туристов. Сколько времени понадобилось бы туристам, чтобы пройти весь путь пешком?

- 14.25. На велогонке по гористой местности спортсмен должен был двигаться сначала с горы, потом в гору, а затем в обратном направлении. Путь туда велосипедист преодолел с горы за 20 мин, в гору за 45 мин, а путь обратно — с горы за 25 мин, в гору за 35 мин. Какова скорость велосипедиста в гору и с горы, если путь в одном направлении равен 17 км?
- 14.26. Путь от туристической базы до моря пролегал сначала в гору, а затем с горы. От турбазы до моря туристы шли в гору 45 мин и с горы 40 мин, а обратно — в гору 1 ч 15 мин, а с горы 24 мин. Найдите длину каждого участка пути, если путь в одну сторону равен 6,4 км.
- 14.27. По окружности, длина которой 100 см, движутся равномерно две точки. Они встречаются через каждые 4 с, двигаясь в противоположных направлениях, и через каждые 20 с, двигаясь в одном направлении. Найдите скорости этих точек.
- 14.28. Буратино положил в копилку 59 рублей пятирублевыми и двухрублевыми монетами. В течение некоторого времени он докладывал туда деньги теми же монетами. Когда Буратино вскрыл копилку, он обнаружил, что пятирублевых монет стало в 2 раза больше, чем было, а двухрублевых — в 3 раза больше, чем было, при этом денег пятирублевыми монетами стало на 2 рубля меньше, чем двухрублевыми. Сколько монет каждого достоинства было в копилке первоначально?
- 14.29. В магазин поступили учебники по физике и математике. Когда продали 50% учебников по математике и 20% учебников по физике, что составило в общей сложности 390 книг, учебников по математике осталось в 3 раза больше, чем по физике. Сколько учебников по математике и сколько по физике поступило в магазин?
- 14.30. Среднее арифметическое двух чисел равно 185. Если одно число разделить на другое, то в частном получится 2 и в остатке 40. Найдите эти числа.
- 14.31. Сумма цифр двузначного числа равна 11. Если это число разделить на разность его цифр, то в частном получится 24 и в остатке 2. Найдите исходное число.
- 14.32. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 6 и в остатке 3. Если же разделить его на сумму цифр, увеличенную на 2, то в частном получится 5 и в остатке 5. Найдите исходное число.

- 14.33. Два фрезеровщика, один из которых работал 5 дней, а другой — 8 дней, изготовили 280 деталей. Затем, применив новую фрезу, первый повысил производительность труда на 62,5%, а второй — на 50%, и уже за 4 дня совместной работы они изготовили 276 деталей. Сколько деталей изготовили бы они с новой фрезой, если бы, как и раньше, первый работал 5 дней, а второй — 8 дней?
- 14.34. Имеются две отливки стали двух сортов, одна из которых содержит 5%, а другая — 10% никеля. Сплавив их вместе, получили отливку, содержащую 8% никеля. Найдите массу каждой отливки до переплавки, если известно, что вторая отливка содержала никеля на 4 т больше, чем первая.
- 14.35. Имеется лом стали двух сортов с содержанием 5% и 40% никеля. Сколько тонн стали каждого сорта нужно взять, чтобы, сплавив их, получить 140 т стали, в которой содержится 30% никеля?
- 14.36. Купили некоторое количество яблок по 30 р. за 1 кг и некоторое количество груш по 38 р. за 1 кг. Все количества выражаются целыми числами (в кг). Сколько всего купили фруктов, если за покупку заплатили 400 р.?
- 14.37. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 580 км, вышли навстречу друг другу два поезда. До встречи первый был в пути 4 ч, а второй — 3 ч, причем оба двигались с постоянными скоростями и без остановок. Найдите скорости поездов, если известно, что обе они выражаются целыми числами, кратными 10, и обе больше 50 км/ч.
- 14.38. Какое двузначное число обладает следующим свойством: если между его цифрами поместить цифру 0, то число увеличится в 6 раз?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1

1. Подберите три решения линейного уравнения $4x - 2y = 3$ так, чтобы переменные x и y имели разные знаки.
2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

3. В уравнении $2 - 4x + 5y = 0$ выразите каждую переменную через другую.

4. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x - 3y = 4, \\ 2x + y = 15. \end{cases}$$

5. Чему равны коэффициенты a и b , если известно, что пара чисел $(-1; -2)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 5x + ay = -1, \\ bx - 4y = 5? \end{cases}$$

6. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 0,2x + 0,3y = 1,2, \\ 0,5x - 0,6y = 0,3. \end{cases}$$

7. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2; 3)$ и $B(2; 6)$.

8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{3x - 2}{4y + 3} = \frac{4}{15}, \\ \frac{5x - y}{3y - 2} = 1. \end{cases}$$

9. Имеется лом стали двух сортов, первый содержит 10% никеля, а второй 30%. Сколько тонн стали каждого сорта нужно взять, чтобы получить 200 т стали с содержанием никеля 25%.

Вариант 2

1. Подберите три решения линейного уравнения $3x + 4y = 2$ так, чтобы переменные x и y имели одинаковые знаки.

2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$$

3. В уравнении $3x + 2y - 5 = 0$ выразите каждую переменную через другую.

4. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 3x + y = 1, \\ x + 2y = 7. \end{cases}$$

5. Чему равны коэффициенты a и b , если известно, что пара чисел $(2; 1)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} ax - 4y = 2, \\ 2x + by = 9? \end{cases}$$

6. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 0,3x + 0,5y = 2,6, \\ 0,1x - 0,2y = -0,6. \end{cases}$$

7. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M(1; 5)$ и $N(-2; 11)$.

8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{4x - 5}{5x + 2y} = 1, \\ \frac{3 - 2x}{1 + 4y} = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

9. Найдите число B , если известно, что оно составляет 24% от числа A и на 7 больше числа C , составляющего 16% от числа A .

§ 15. ЧТО ТАКОЕ СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Запишите произведение в виде степени, назовите основание и показатель степени:

- 15.1. а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; б) $0,5 \cdot 0,5$;
 в) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; г) $8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4$.
- 15.2. а) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$; б) $z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z$;
 в) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$; г) $q \cdot q \cdot q$.
- 15.3. а) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$;
 б) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;
 в) $(-2,5) \cdot (-2,5) \cdot (-2,5)$;
 г) $\left(-5\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-5\frac{7}{8}\right)$.
- 15.4. а) $(-c) \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c)$;
 б) $(-d) \cdot (-d) \cdot (-d)$;
 в) $(-r) \cdot (-r) \cdot (-r) \cdot (-r) \cdot (-r)$;
 г) $(-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s)$.
- 15.5. а) $(ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \cdot (ab)$;
 б) $(-pq) \cdot (-pq) \cdot (-pq)$;
 в) $(mn) \cdot (mn) \cdot (mn) \cdot (mn) \cdot (mn)$;
 г) $(-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy)$.
- 15.6. а) $(c - d) \cdot (c - d) \cdot (c - d)$;
 б) $(z + t) \cdot (z + t)$;
 в) $(p - q) \cdot (p - q) \cdot (p - q) \cdot (p - q)$;
 г) $(x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y)$.

Запишите выражение в виде произведения степеней, назовите основание и показатель каждой степени:

15.7. а) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;

б) $0,7 \cdot 0,7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;

в) $(-0,45) \cdot (-0,45) \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

г) $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0,1 \cdot 0,1$.

15.8. а) $5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7$; в) $7,95 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 7,95 \cdot 13$;

б) $(-0,3) \cdot \frac{3}{5} \cdot (-0,3) \cdot \frac{3}{5}$; г) $\left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot 17,8 \cdot 17,8 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

Представьте в виде произведения одинаковых множителей:

15.9. а) x^8 ; б) $(-2a)^4$; в) $(-y)^{12}$; г) $(3b)^6$.

15.10. а) $(4pq)^2$; б) $\left(-\frac{a}{b}\right)^4$; в) $(z - x)^3$; г) $\left(\frac{5c}{6d}\right)^5$.

Вычислите:

15.11. а) 2^n , если $n = 1, 4, 5$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^n$, если $n = 2, 3, 5$;

б) $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$, если $n = 2, 3, 6$; г) $(-5)^n$, если $n = 1, 2, 3$.

15.12. а) a^3 , если $a = -2, 0, 3$; в) c^5 , если $c = -1, 0, 2, 10$;

б) b^4 , если $b = -3, \frac{1}{3}, 1$; г) d^6 , если $d = -1, -\frac{1}{2}, 3$.

15.13. Представьте в виде квадрата некоторого числа данное число:

а) 16; б) $\frac{4}{49}$; в) 0,81; г) $\frac{25}{64}$.

15.14. Представьте в виде куба некоторого числа данное число:

а) 125; б) $\frac{1}{64}$; в) -0,216; г) $-\frac{343}{512}$.

15.15. Вычислите значение степени, если:

а) основание равно 3, показатель равен 5;

б) основание равно -0,5, показатель равен 4;

в) основание равно $-\frac{3}{4}$, показатель равен 3;

г) основание равно $1\frac{1}{7}$, показатель равен 2.

15.16. Запишите на математическом языке:

- а) чему равна площадь квадрата s со стороной, равной a ;
 б) чему равен объем куба v , если ребро равно a .

15.17. а) Вычислите площадь квадрата, сторона которого равна:

$$3 \text{ см}, 7 \text{ дм}, 1,5 \text{ см}, \frac{1}{4} \text{ дм}.$$

б) Вычислите объем куба, ребро которого равно:

$$10 \text{ м}, 4 \text{ м}, 0,6 \text{ м}, \frac{3}{7} \text{ м}.$$

15.18. а) Вычислите сторону квадрата, если его площадь равна:

$$16 \text{ см}^2, 0,25 \text{ дм}^2, 100 \text{ мм}^2, \frac{4}{9} \text{ м}^2.$$

б) Вычислите ребро куба, если его объем равен:

$$27 \text{ мм}^3, 0,125 \text{ см}^3, 64 \text{ дм}^3, \frac{8}{125} \text{ м}^3.$$

○15.19. а) Площадь грани куба равна 25 см^2 . Найдите объем куба.

б) Объем куба равен 27 м^3 . Найдите площадь его грани.

Вычислите:

○15.20. а) $3 \cdot (-4)^2$; б) $(-2)^5 \cdot 3$; в) $8^1 \cdot 7^1$; г) $(-0,5)^2 \cdot (-2)^2$.

○15.21. а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{3}$; б) $3^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$; в) $1 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3$; г) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 1\frac{2}{3}$.

○15.22. а) $\frac{0,2^4}{40}$; б) $\frac{1,8}{(0,3)^2}$; в) $\frac{1}{(-0,1)^3}$; г) $\frac{1,6}{(0,4)^2}$.

○15.23. а) $\left(2\frac{1}{5}\right)^2$; б) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^4$; г) $\left(5\frac{1}{4}\right)^2$.

Запишите произведение в виде степени, назовите основание и показатель каждой степени:

15.24. а) $\underbrace{6 \cdot 6 \dots 6}_{n \text{ множителей}}$; в) $\underbrace{a \cdot a \dots a}_{k \text{ множителей}}$;

б) $\underbrace{(-7) \cdot (-7) \dots (-7)}_{n \text{ множителей}}$; г) $\underbrace{b \cdot b \dots b}_{m \text{ множителей}}$.

15.25. а) $\underbrace{(xy) \cdot (xy) \dots (xy)}_{n \text{ множителей}}$; в) $\underbrace{(m-n) \cdot (m-n) \dots (m-n)}_{k \text{ множителей}}$;

б) $\underbrace{(-cd) \cdot (-cd) \dots (-cd)}_{m \text{ множителей}}$; г) $\underbrace{(t+v) \cdot (t+v) \dots (t+v)}_{n \text{ множителей}}$.

15.26. Упростите выражение:

$$\text{а) } \underbrace{c \cdot c \dots c}_{k \text{ множителей}} \cdot \underbrace{d \cdot d \dots d}_{n \text{ множителей}};$$

$$\text{б) } \underbrace{(-a) \cdot (-a) \dots (-a)}_{n \text{ множителей}} \cdot \underbrace{b \cdot b \dots b}_{k \text{ множителей}};$$

$$\text{в) } \underbrace{(a-b) \cdot (a-b) \dots (a-b)}_{m \text{ множителей}} \cdot (x-z);$$

$$\text{г) } (p-q) \cdot (p-q) \cdot \underbrace{(x-y) \dots (x-y)}_{n \text{ множителей}}.$$

15.27. а) Запишите на математическом языке, чему равна площадь S полной поверхности куба, если его ребро равно a .

б) Вычислите площадь полной поверхности куба, ребро которого равно 7 см.

15.28. а) Площадь поверхности куба равна 384 дм². Вычислите ребро и объем куба.

б) Объем куба равен 125 см³. Вычислите ребро и площадь поверхности куба.

15.29. Сколько рулонов обоев потребуется для того, чтобы оклеить стены квадратной комнаты, высота которой равна 3 м, а площадь пола 9 м², если одним рулоном можно оклеить 7,2 м²?

15.30. Сколько нужно килограммов краски, чтобы покрасить пол в квадратной комнате, длина каждой стены которой 4 м, если на покраску 1 м² нужно 200 г краски?

15.31. Сколько литров воды потребуется, чтобы наполнить аквариум, имеющий форму куба, ребро которого равно 40 см?

Вычислите:

$$15.32. \text{ а) } 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^4;$$

$$\text{в) } 5 \cdot 3^3 + 3 \cdot 5^2;$$

$$\text{б) } 7 \cdot 3^2 + 3 \cdot 7^2;$$

$$\text{г) } 7 \cdot 5^2 + 5 \cdot 7^2.$$

$$15.33. \text{ а) } 7 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^2;$$

$$\text{б) } 9^2 \cdot 3 + 100 \cdot (0,1)^2.$$

$$15.34. \text{ а) } \left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 27 + (0,1)^4 \cdot 5000;$$

$$\text{б) } 100 : 5^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 128.$$

$$15.35. \text{ а) } \left(2\frac{2}{3}\right)^3 - \left(1\frac{2}{3}\right)^3;$$

$$\text{б) } \left(-1\frac{1}{4}\right)^3 + \left(2\frac{1}{8}\right)^2.$$

15.36. а) $\frac{-2^4}{3} - \frac{2^4}{9}$; б) $\frac{(-2)^2}{2^3} - \frac{5^2}{4}$; в) $\frac{(-2)^3}{5} - \frac{3}{2^2}$; г) $\frac{14}{3^3} - \frac{2^4}{(-3)^2}$.

15.37. Сравните значения выражений:

а) $3^2 \cdot 3^1$ и 3^{2+1} ; в) $2^4 \cdot 2^5$ и 2^{4+5} ;
 б) $4^2 \cdot 4^2$ и 4^{2+2} ; г) $5^2 \cdot 5^3$ и 5^{2+3} .

§ 16. ТАБЛИЦА ОСНОВНЫХ СТЕПЕНЕЙ

16.1. Заполните таблицу степеней:

n	1	2	3	4	5	6
3^n						
5^n						
7^n						

Вычислите:

16.2. а) 1^5 ; б) $(-1)^6$; в) $(-1)^3$; г) 1^7 .

16.3. а) 0^{101} ; б) $1^{15} \cdot 0^2$; в) $(-1)^5 \cdot 1^6$; г) $1^7 \cdot (-1)^4 \cdot 0^3 \cdot 1^9$.

16.4. а) $(-1)^{10} + 0^{12} + 1^{45}$; в) $0^{12} + 1^{41} + (-1)^{11}$;
 б) $(-1)^6 + (-1)^7 - 0^8$; г) $0^{502} - 1^{14} + 1^{13} + (-1)^2$.

16.5. а) $(-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1)$;
 б) $(-1)^7 + 1^8 + 0^{15} + 1^{19} + (-1)^4$;
 в) $(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4 - (-1)^5$;
 г) $(-1)^{12} + 0^1 - 1^{24} + 0^3 - (-1)^5$.

16.6. а) 10^3 ; б) 10^4 ; в) 10^5 ; г) 10^7 .

16.7. Запишите в виде степени числа 10:

а) 1 000 000 000; в) 1 000 000;

б) 10; г) $\underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ нулей}}$.

Представьте заданное число в виде произведения степеней простых чисел:

○16.8. а) 288; б) 432; в) 600; г) 784.

○16.9. а) 3 969; б) 64 800; в) 21 600; г) 19 360.

- 16.10. а) Назовите числа, квадрат которых равен 1, 9, 64, 121.
 б) Назовите числа, квадрат которых равен 0,04, 1,44, $\frac{25}{36}$, $2\frac{2}{49}$.
 в) Назовите числа, четвертая степень которых равна 1, 16, 81, 625.
 г) Назовите числа, четвертая степень которых равна 0,0001, 0,0016, $\frac{1}{81}$, $\frac{256}{625}$.
- 16.11. а) Назовите число, куб которого равен 1, -8, 125, -343.
 б) Назовите число, куб которого равен 0,027, -0,216, $\frac{1}{64}$, $-\frac{343}{512}$.
 в) Назовите число, пятая степень которого равна -1, -32, 243, 100 000.
 г) Назовите число, пятая степень которого равна 0,03125, -0,00243, $\frac{1}{32}$, $-7\frac{19}{32}$.

Вычислите:

- 16.12. а) $(-2)^5$; б) $(-3)^4$; в) $(-0,5)^3$; г) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$.
- 16.13. а) $(-2,5)^2 + 1,5^2$; в) $(-0,5)^3 + (-0,4)^2$;
 б) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{2}{9}\right)^2$; г) $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3$.

Вместо многоточия поставьте нужный знак неравенства:

- 16.14. а) $a^2 \dots 0$; в) $(x + 5)^2 \dots 0$;
 б) $-a^2 \dots 0$; г) $-3(x - 7)^2 \dots 0$.
- 16.15. а) $x^2 + y^2 \dots 0$; в) $5(a^2 + b^2) \dots 0$;
 б) $(a + 51)^2 + (b^2 - 13)^2 \dots 0$; г) $-94(x + y)^2 \dots 0$.
- 16.16. Используя таблицу степеней однозначных чисел, найдите b , если:
 а) $b^3 = 216$; б) $b^5 = -32$; в) $b^7 = 128$; г) $b^3 = -343$.
- 16.17. Используя таблицу степеней простых однозначных чисел, найдите m , если:
 а) $2^m = 512$; б) $5^m = 625$; в) $7^m = 343$; г) $3^m = 729$.
- 16.18. Найдите x , если:
 а) $x^4 = 16$; б) $x^2 = 25$; в) $x^4 = 81$; г) $x^6 = 64$.

○16.19. Найдите x , если:

а) $2x^3 = -250$; б) $2x^4 = 162$; в) $5x^5 = 160$; г) $3x^6 = 192$.

16.20. Запишите число, представленное суммой разрядных слагаемых:

а) $3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4$;

б) $8 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^3 + 5$;

в) $1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^2 + 1$;

г) $3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8$.

16.21. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:

а) 17 285; б) 213 149; в) 1 495 643; г) 75 003 400.

16.22. Найдите значения выражений:

а) a^2 , $(-a)^2$, $-a^2$ при $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$, $a = 10$;

б) $c^2 + (-c)^3 + c^4$ при $c = 1$, $c = 0$, $c = 10$, $c = -1$;

в) b^4 , $(-b)^5$, $-b^5$ при $b = 1$, $b = 0$, $b = -1$, $b = 10$;

г) $d^4 - d^2 + d + 1$ при $d = -1$, $d = 0$, $d = 1$, $d = 10$.

16.23. Укажите, какое из чисел больше:

а) $(-17,2)^2$ или $(-17,2)^3$; в) $(-0,3)^3$ или $(-0,3)^6$;

б) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$ или $\left(\frac{3}{5}\right)^4$; г) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$ или $\left(-\frac{1}{5}\right)^4$.

16.24. Не производя вычислений, расположите в порядке возрастания следующие числа:

а) $(-0,4)^3$, $(-1,5)^2$, $\left(\frac{1}{7}\right)^3$, $(-7)^3$;

б) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$, $(-1,8)^2$, $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$, $(-2,1)^2$;

в) $(-1,5)^2$, $(0,8)^3$, $(-1,1)^2$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$;

г) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$, $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$, $0,3^2$, $(-1,2)^2$.

16.25. Вычислите $n + k$, если:

а) $2^n = 1024$; $3^k = 81$; б) $7^n = 49$; $5^k = 625$.

●16.26. Найдите x , если:

а) $2^{2x} = 128$; б) $3^{x \cdot 3} = 243$; в) $5^{\frac{x}{2}} = 125$; г) $2^{2-3x} = 256$.

§ 17. СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Представьте произведение в виде степени:

17.1. а) $x^2 \cdot x^3$; б) $y^6 \cdot y^4$; в) $z^5 \cdot z^{12}$; г) $t^{10} \cdot t^{24}$.

17.2. а) $a^5 \cdot a$; б) $b \cdot b^6$; в) $c^7 \cdot c$; г) $d^n \cdot d$.

17.3. а) $s^3 \cdot s^5 \cdot s^8$; в) $r^4 \cdot r^{12} \cdot r^{51}$;

б) $m^{13} \cdot m^8 \cdot m$; г) $n^4 \cdot n \cdot n^{10}$.

17.4. а) $u^{15} \cdot u^{23} \cdot u \cdot u^7$; в) $v^3 \cdot v^9 \cdot v^4 \cdot v$;

б) $r^4 \cdot r^{12} \cdot r^{51}$; г) $q^{13} \cdot q^8 \cdot q^7 \cdot q^{21}$.

17.5. а) $(a - b)^3 \cdot (a - b)^2$; в) $(q + r)^{15} \cdot (q + r)^8$;

б) $(c + d)^7 \cdot (c + d)^8$; г) $(m - n)^5 \cdot (m - n)^4$.

17.6. а) $(ax)^5 \cdot (ax)^7 \cdot (ax)$; в) $(cd)^8 \cdot (cd)^8 \cdot (cd)$;

б) $(-by)^2 \cdot (-by)^3 \cdot (-by)^7$; г) $(-pq)^{13} \cdot (-pq) \cdot (pq)^6$.

17.7. Представьте выражение x^{25} в виде произведения двух степеней с одинаковыми основаниями так, чтобы одна из степеней была равна:

а) x^7 ; б) x^9 ; в) x ; г) x^{24} .

Замените символ $*$ степенью с основанием r так, чтобы выполнялось равенство:

17.8. а) $r^3 \cdot * = r^{11}$; в) $r^{13} \cdot * \cdot r^{18} = r^{43}$;

б) $* \cdot r^{14} = r^{15}$; г) $* \cdot r^{21} \cdot r^{11} = r^{40}$.

○17.9. а) $r^{12} \cdot * \cdot r^3 \cdot * = r^{26}$; в) $* \cdot r^7 \cdot * \cdot r^9 \cdot r^{13} = r^{48}$;

б) $r^{44} \cdot * \cdot r \cdot * = r^{51}$; г) $r \cdot r^{14} \cdot * \cdot r^{20} \cdot * = r^{72}$.

17.10. Вычислите:

а) $2^5 \cdot 2^4$; б) $3^3 \cdot 3^2$; в) $7^2 \cdot 7$; г) $9 \cdot 9^2$.

17.11. Запишите в виде степени с основанием 2:

а) $4 \cdot 2$; б) $32 \cdot 8$; в) $64 \cdot 512$; г) $16 \cdot 32$.

17.12. Запишите в виде степени с основанием 5:

а) $5 \cdot 25$; б) $5^3 \cdot 625$; в) $5^4 \cdot 125$; г) $5^9 \cdot 3125$.

17.13. Определите знак числа a :

а) $a = (-13)^9 \cdot (-13)^8$; в) $a = (-28)^2 \cdot (-28)^6$;

б) $a = (-17)^{17} \cdot (-17)^{71}$; г) $a = (-43)^{41} \cdot (-43)^{14}$.

○17.14. Решите уравнение:

а) $x \cdot 7^3 = 7^5$; в) $4^6 \cdot x = 4^8$;
 б) $12^2 \cdot x = 12^3$; г) $x \cdot 5^6 = 5^9$.

Представьте частное в виде степени:

17.15. а) $x^7 : x^4$; б) $y^{16} : y^{12}$; в) $z^{13} : z$; г) $m^{28} : m^{27}$.

17.16. а) $a^{12} : a^{10} : a$; в) $c^3 : c : c$;
 б) $b^{45} : b^{15} : b^{29}$; г) $d^{43} : d^{14} : d^5$.

17.17. а) $(a - b)^3 : (a - b)^2$;
 б) $(z + r)^{13} : (z + r)^8 : (z + r)^3$;
 в) $(c + d)^8 : (c + d)^5$;
 г) $(m - n)^{43} : (m - n)^{12} : (m - n)^{29}$.

Вычислите:

17.18. а) $10^{13} : 10^8$; в) $(-324)^3 : (-324)^2$;
 б) $12^{17} : 12^{16}$; г) $(0,751)^{27} : (0,751)^{26}$.

17.19. а) $\frac{7^8}{7^6}$; б) $\frac{0,6^7}{0,6^5}$; в) $\frac{(-0,2)^6}{(-0,2)^2}$; г) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{3}\right)^3}$.

○17.20. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{18} : \left(\frac{1}{3}\right)^{17}$; в) $\left(3\frac{2}{9}\right)^{23} : \left(3\frac{2}{9}\right)^{21}$;
 б) $\left(-2\frac{1}{7}\right)^6 : \left(-2\frac{1}{7}\right)^4$; г) $\left(-1\frac{7}{8}\right)^{15} : \left(-1\frac{7}{8}\right)^{14}$.

Замените символ * степенью с основанием x так, чтобы выполнялось равенство:

17.21. а) $x^5 : * = x^3$; в) $x^{49} : * = x^{13}$;
 б) $x^{18} : * = x^{11}$; г) $* : x^5 = x^{99}$.

○17.22. а) $* : x^{10} : * = x^{40}$; в) $x^{45} : * : x^{15} \cdot * = x$;
 б) $x^{44} \cdot * \cdot x : * = x^{51}$; г) $* : * : x = x^{73}$.

○17.23. Каким должно быть натуральное число n , чтобы выполнялось равенство:

а) $128^n : 128^{56} = 128^{42}$; в) $395^n : 395 = 395^6$;
 б) $216^3 : 216^n = 216$; г) $548^4 : 548^n = 548^3$.

○17.24. Решите уравнение:

а) $x : 2^5 = 2^3$; б) $3^6 : x = 3^4$; в) $x : 5^2 = 5$; г) $7^7 : x = 7^4$.

Вычислите:

○17.25. а) $\frac{7^3 \cdot 7^{12}}{7^{14}}$; б) $\frac{10^{15} \cdot 10^7}{10^{19}}$; в) $\frac{15 \cdot 15^{13}}{15^{12}}$; г) $\frac{43^{12}}{43^6 \cdot 43^5}$.

○17.26. а) $\frac{(0,3)^3 \cdot (0,3)^{12}}{(0,3)^{13}}$; б) $\frac{(0,09)^5 \cdot (0,09)^4}{(0,09)^7}$;

б) $\frac{\left(\frac{7}{8}\right)^{16} \cdot \frac{7}{8}}{\left(\frac{7}{8}\right)^{15}}$; г) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{1}{3}}$.

○17.27. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

а) $\frac{x^5 \cdot x^8}{x^3}$; б) $\frac{y^7 \cdot y^9}{y^5}$; в) $\frac{c^{12} \cdot c^{10}}{c^{21}}$; г) $\frac{d^{18} \cdot d^{12}}{d^{15}}$.

17.28. Запишите в виде степени с основанием x :

а) $(x^3)^2$; б) $(x^5)^6$; в) $(x^7)^{12}$; г) $(x^{10})^{13}$.

17.29. Представьте 2^{40} в виде степени с основанием:

а) 2^8 ; б) 2^{10} ; в) 2^{20} ; г) 2^4 .

17.30. Запишите в виде степени с показателем 3:

а) m^{18} ; б) n^{48} ; в) a^{54} ; г) b^{21} .

Вычислите:

17.31. а) $(7^3)^2$; б) $(3^3)^2$; в) $(4^2)^3$; г) $(2^2)^5$.

○17.32. а) $\frac{2^6 \cdot (2^3)^5}{2^{18}}$; б) $\frac{(3^5)^2}{3^3 \cdot 9}$; в) $\frac{(5^6)^3 \cdot 5^8}{5^{22}}$; г) $\frac{4^7 \cdot 16}{(4^2)^4}$.

○17.33. а) $\frac{5^6 \cdot 125}{25^4}$; б) $\frac{3^{11} \cdot 27}{9^6}$; в) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^3}$; г) $\frac{16^6}{4^7 \cdot 64}$.

17.34. Замените символ $*$ таким выражением, чтобы выполнялось равенство:

а) $(*)^5 = a^{30}$; б) $(z^*)^3 = z^{12}$; в) $(*)^7 = b^{14}$; г) $(p^{12})^* = p^{24}$.

○17.35. Упростите выражение:

а) $(a^3)^6 \cdot a^4$; б) $b^5 \cdot (b^3)^4$; в) $c^6 \cdot (c^2)^3$; г) $(d^8)^4 \cdot d^{23}$.

17.36. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{a^3 \cdot a^5 : a^6}{a^7 \cdot a^8 : a^{14}}; & \text{в) } \frac{b^{13} \cdot b^{12} : b^3}{b^{20} \cdot b^4 : b^3}; \\ \text{б) } \frac{z^3 \cdot z^{17}}{z^{19}} \cdot \frac{q^{43} \cdot q^2}{q^{44}}; & \text{г) } \frac{m^{79} \cdot m^4}{m^{99}} \cdot \frac{ml^{63} \cdot m^{57}}{m^{96}}. \end{array}$$

17.37. Известно, что $x^2 = y$. Чему равно:

$$\text{а) } x^6; \quad \text{б) } x^{12}; \quad \text{в) } x^{20}; \quad \text{г) } x^{40}?$$

Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{17.38. а) } (x^5)^4 \cdot (x^6)^7; & \text{в) } (z^{13})^3 \cdot (z^5)^9; \\ \text{б) } (y^8)^2 \cdot (y^{12})^3; & \text{г) } (t^{25})^2 \cdot (t^{10})^4. \end{array}$$

$$\text{17.39. а) } (z^5)^6 : z^7; \quad \text{б) } (p^3)^4 : p^{10}; \quad \text{в) } (u^{14})^3 : u^{20}; \quad \text{г) } (q^8)^9 : q^{70}.$$

$$\text{17.40. а) } \frac{(x^3)^4 \cdot x^7}{x^{15}}; \quad \text{б) } \frac{(y^5)^7 \cdot (y^2)^4}{(y^4)^{14}}; \quad \text{в) } \frac{(c^3)^5 \cdot c^5}{(c^6)^3}; \quad \text{г) } \frac{(d^2)^3 \cdot d^{15}}{(d^4)^3}.$$

17.41. Возведите в степень:

$$\text{а) } (x^3)^n; \quad \text{б) } (-a^4)^{2n}; \quad \text{в) } (y^n)^5; \quad \text{г) } (-b^3)^{6n}.$$

17.42. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{(x^8)^4 \cdot (x^5)^9}{(x^{15})^4 \cdot (x^4)^4} = 5; & \text{в) } \frac{(x^{45})^2 : (x^{40})^2}{(x^5)^4 : x^{17}} = -1; \\ \text{б) } \frac{x^{17} \cdot x^{23}}{(x^8)^3 \cdot x^5 \cdot (x^2)^3} = -243; & \text{г) } \frac{(x^5)^2 \cdot (x^4)^7 \cdot x}{x^{130} : (x^{25})^4} = 512. \end{array}$$

§ 18. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Представьте выражение в виде произведения степеней:

$$\text{18.1. а) } (2a)^4; \quad \text{б) } (3b)^5; \quad \text{в) } (6n)^3; \quad \text{г) } (8n)^2.$$

$$\text{18.2. а) } (-2p)^3; \quad \text{б) } (-5q)^4; \quad \text{в) } (-7c)^2; \quad \text{г) } (-3d)^5.$$

$$\text{18.3. а) } (mn)^6; \quad \text{б) } (ab)^4; \quad \text{в) } (pq)^3; \quad \text{г) } (cd)^{10}.$$

- 18.4. а) $(-ac)^{17}$; б) $(-am)^8$; в) $(-rs)^3$; г) $(-xy)^{12}$.
 18.5. а) $(xy^3)^2$; б) $(a^2bc^3)^4$; в) $(p^3cd^6)^{18}$; г) $(u^6v^4t^7)^9$.
 ○18.6. а) $(3p^2r^3)^6$; б) $(6a^5bx^3)^3$; в) $(10a^2b^6)^4$; г) $(4r^6q^8p^9)^2$.

Представьте выражение в виде степени произведения:

- 18.7. а) $36a^2$; б) $49b^2$; в) $81c^2$; г) $64d^2$.
 18.8. а) $a^2b^2c^2$; б) $x^3y^3z^3$; в) $m^5n^5s^5$; г) $p^{12}q^{12}r^{12}$.
 18.9. а) $16x^4y^4z^4$; б) $125c^3d^3z^3$; в) $81m^2p^2q^2$; г) $32r^5s^5q^5$.

Запишите выражение в виде степени с показателем 2:

- 18.10. а) a^2b^{10} ; б) x^8y^{12} ; в) $x^2y^4z^{24}$; г) $p^8q^{10}z^{30}$.
 ○18.11. а) x^4y^6 ; б) $16q^{18}r^{34}$; в) $81c^8d^{16}f^{28}$; г) $121m^{12}n^{16}r^{54}$.
 ○18.12. Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:
 а) $2^3 \cdot 5^3$; в) $0,6^6 \cdot 5^6$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1,5^7$; г) $\left(\frac{35}{24}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

Возведите дробь в степень:

- 18.13. а) $\left(\frac{a}{b}\right)^{12}$; б) $\left(-\frac{a}{b}\right)^4$; в) $\left(\frac{c}{d}\right)^{17}$; г) $\left(-\frac{c}{d}\right)^5$.
 18.14. а) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^6$; б) $\left(-\frac{c}{2d}\right)^5$; в) $\left(\frac{7x}{8y}\right)^3$; г) $\left(-\frac{3m}{5n}\right)^2$.
 18.15. а) $\left(\frac{3^5}{7^2}\right)^2$; б) $\left(\frac{-9^2}{8}\right)^4$; в) $\left(\frac{2^6}{5^2}\right)^2$; г) $\left(\frac{(-3)^3}{(-7)^2}\right)^3$.

18.16. Представьте в виде степени дробь:

а) $\frac{3^8}{5^8}$; б) $\frac{m^3}{8}$; в) $\frac{7^9}{11^9}$; г) $\frac{c^4}{16}$.

18.17. Представьте в виде степени с показателем, отличным от единицы:

а) b^3x^3 ; б) $25a^4$; в) $32x^{10}y^5$; г) $16a^8b^{12}$.

Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

○18.18. а) $8^5 \cdot 0,125^5$; в) $5^4 \cdot 0,4^4$;
 б) $4^6 \cdot 0,25^6$; г) $(1,25)^7 \cdot 8^7$.

○18.19. а) $\left(-\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^3$; в) $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^6$;
 б) $\left(-\frac{7}{8}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right)^{10}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4$.

Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

18.20. а) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^6}$; б) $\frac{3^5 \cdot 4^5}{12^3}$; в) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{63^{10}}$; г) $\frac{2^8 \cdot 8^8}{16^7}$.

18.21. а) $\frac{16^3 \cdot 3^4}{48^2}$; б) $\frac{10^{12}}{2^6 \cdot 5^6}$; в) $\frac{5^{16} \cdot 3^{16}}{15^{14}}$; г) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.

18.22. Сравните:

а) $(10x)^5$ и $10x^5$, если $x > 0$;

б) $\left(\frac{x}{2}\right)^7$ и $\frac{x^7}{2}$, если $x > 0$;

в) $(6x)^9$ и $6x^9$, если $x < 0$;

г) $\left(\frac{x}{3}\right)^5$ и $\frac{x^5}{3}$, если $x < 0$.

18.23. Решите уравнение:

а) $3x^3 = 24$; в) $5x^5 = -1215$;

б) $(3x)^3 = -27$; г) $(5x)^5 = 100\,000$.

●18.24. Решите уравнение:

а) $\frac{(2x)^5 \cdot (2x)^3 \cdot 2}{(4x)^3 \cdot 8x^4} = -3$;

б) $\frac{(5x)^7 \cdot (5x)^4 \cdot 25}{(25x^2)^4 \cdot 125x^2} = 100$.

§ 19. СТЕПЕНЬ С НУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

19.1. Найдите $\left(\frac{2}{3}\right)^k$, если:

- а) $k = 3$; б) $k = 0$; в) $k = 1$; г) $k = 5$.

19.2. Найдите a^5 , если:

- а) $a = 1$; б) $a = 0$; в) $a = -2$; г) $a = 10$.

Сравните значения выражений:

19.3. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; в) $(-2)^3$ и $(-2)^0$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{4}\right)^0$; г) 5^0 и 5^4 .

19.4. а) -2^3 и -2^0 ; в) $-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ и $(-2)^0$;

б) $\left(\frac{3}{4}\right)^0$ и $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$; г) -5^5 и -5^0 .

○19.5. Вычислите:

а) $3^0 + 4^4 + 8^0$; в) $3^0 \cdot 2^5 - 15^2$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^0$; г) $(1,5)^3 + 4^4 + 15^0$.

19.6. Выполните действия:

а) $a^{12} \cdot a^5 : a^{17}$; в) $b^{13} : b^5 : b^8$;

б) $c^9 : (c^5 \cdot c^4)$; г) $d^{15} : d^4 : d^{10}$.

○19.7. Упростите выражение:

а) $\frac{a^2 \cdot a^5 : a^6}{a^7 \cdot a^8 : a^{14}}$; в) $\frac{a^7 \cdot a^9 : a^4}{a^{16} : a^6 \cdot a^2}$;

б) $\frac{b^{12}b^{11} : (b^3)^5}{(b^5)^4 b^4 : (b^3)^8}$; г) $\frac{(b^4)^3 (b^3)^3 : b^{19}}{b^{19}b : (b^4)^6}$.

19.8. Упростите выражение:

а) $(a - b)^{10} \cdot (a - b) : (a - b)^{11}$;

б) $\left(\frac{p}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{p}{2}\right)^3 : \left(\frac{p}{2}\right)^8$;

в) $(k + l)^4 : (k + l)^3 \cdot (k + l)^2 : (k + l)^3$;

г) $(-pq)^{14} \cdot (-pq)^{13} : (-pq)^{27}$.

Вычислите:

19.9. а) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(-\frac{25}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^0$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) : \left(\frac{1}{3}\right)^5$;

в) $1,5^4 : (-1,5)^3 \cdot (-1,5)^0 : 1,5$;

г) $\left(\frac{8}{27}\right) : \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{16}{81}\right)^0$.

19.10. а) $\frac{1,6^2 - (3,8)^0 \cdot 16 \cdot 0,4 + 0,4^2}{1,88 - 0,2^2}$;

б) $\frac{3}{4} - (12^0)^3 - \left(1\frac{1}{2}\right)^2 + 4^3 \cdot 0,1$;

в) $\frac{1,2^2 - 1,8^2}{1,2^0 \cdot 0,6 - 1,8^0 \cdot 0,96}$;

г) $((-8)^0)^5 - 6^2 \cdot \frac{1}{6} - 5^2 \cdot 0,2$.

19.11. Сравните значения выражений:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$;

в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 \cdot 1,5^{10}$ и $\left(-\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (-1,5)^4$ и $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$.

●19.12. При каких значениях x верно равенство:

а) $2^x = 1$; б) $5^{x-3} = 1$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$; г) $\left(\frac{7}{9}\right)^{x+5} = 1$?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1

1. Найдите значение выражения и запишите ответ в виде десятичной дроби:

$$\frac{\left(1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 0,5^3}{\left(\frac{2}{9}\right)^2}.$$

2. Вычислите: $\frac{\left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(2\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-1\frac{1}{7}\right)^2}.$

3. Представьте число 8000 в виде произведения степеней простых чисел.

4. Расположите числа в порядке возрастания: $(-1,5)^3$; $(-0,5)^2$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $1,2^3$.

5. Представьте $36a^6b^{12}$ в виде степени произведения.

6. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$\frac{4^2 \cdot (-12)^3 \cdot 9}{32 \cdot (-3^4)}.$$

7. Решите уравнение $\frac{x^2 \cdot x^3 \cdot (x^3)^3}{x^5 \cdot (x^2)^4} = 49$.

8. Вместо символа * поставьте степень с основанием a так, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{a^3 \cdot (-a^2)^4 \cdot *}{a^6} = a^{12}.$$

9. При каком значении x верно равенство $3^{3x-4} = 243$?

Вариант 2

1. Найдите значение выражения и запишите ответ в виде десятичной дроби:

$$\frac{\left(4\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 1,8^2}{\left(1\frac{4}{5}\right)^3}.$$

2. Вычислите: $\frac{\left(\frac{12}{25}\right)^3 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-1\frac{1}{5}\right)^2}.$

3. Представьте число 50 625 в виде произведения степеней простых чисел.

4. Расположите числа в порядке возрастания: $(-2,4)^3$; $-\left(\frac{7}{9}\right)^2$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$; $2,3^3$.

5. Представьте $27m^9n^6$ в виде степени произведения.

6. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$\frac{(-3)^2 \cdot 15^3 \cdot (-25)}{5^4 \cdot 3^6}.$$

7. Решите уравнение $\frac{(x^3)^2 \cdot x^7}{x^2 \cdot (x^2)^3 \cdot x^4} = 25$.

8. Вместо символа * поставьте степень с основанием b так, чтобы выполнялось верное равенство

$$\frac{(-b^2)^3 \cdot b^2 \cdot b^4}{*} = -b^9.$$

9. При каком значении x верно равенство $2^4 - 5x = 512$?

§ 20. ПОНЯТИЕ ОДНОЧЛЕНА. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ОДНОЧЛЕНА

Выясните, является ли данное выражение одночленом; если да, то укажите коэффициент и буквенную часть:

20.1. а) $3xy$; б) $\frac{1}{2}a^2bc^3$; в) $-0,3c^5d^6$; г) $(-2)^3u^n z^n w^n$.

20.2. а) 0 ; б) y ; в) $-0,6$; г) z^n .

20.3. а) $x - y$; б) $\frac{3p^3}{4q^4}$; в) $2(c^2 + d^2)$; г) $\frac{c^3 + d^3}{c^3 - d^3}$.

20.4. а) $-\frac{9c}{13d}$; б) $\frac{6cd}{11}$; в) $-12m^3n^2$; г) $\frac{18m^3}{19n^3}$.

20.5. Используя переменные a, b, c , запишите:

- а) два любых одночлена с коэффициентами, отличными от нуля;
- б) два разных одночлена с коэффициентами, равными 1;
- в) два одночлена с одинаковыми коэффициентами и разными буквенными частями;
- г) два разных одночлена с одинаковыми буквенными частями.

20.6. Используя переменные p и q , запишите:

- а) три разных одночлена с одинаковой буквенной частью;
- б) три разных одночлена с одинаковыми коэффициентами.

20.7. Найдите значение одночлена:

- а) $7x^3$, если $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$;
- б) $0,04cd^2$, если $c = 15$, $d = -2$;
- в) $9y^2$, если $y = 2$, $y = -2$, $y = 10$;
- г) $\frac{3}{8}pq^3$, если $p = 1$, $q = 2$.

Приведите одночлен к стандартному виду и укажите коэффициент и буквенную часть:

20.8. а) $3m^4 \cdot m$; в) $42y^5 \cdot y^8 \cdot y^{12}$;
 б) $5x \cdot 10y^2$; г) $-7z^3 \cdot 4t^8$.

20.9. а) $7a \cdot 3b \cdot 4c$; в) $8u^4 \cdot 4v^3 \cdot (-2w^5)$;
 б) $15q \cdot 2p^2 \cdot 4r^5$; г) $\frac{1}{2} c^{12} \cdot 2d^{18} \cdot s^{10}$.

○20.10. Приведите левую часть равенства к одночлену стандартного вида и решите полученное уравнение:

а) $2x \cdot 3x^2 = 6$; в) $x \cdot 5x \cdot \frac{1}{5}x = -1$;
 б) $2x \cdot 5x = 10$; г) $0,5x^2 \cdot (-2x^2) = -1$.

○20.11. а) Стороны прямоугольника относятся как 3 : 4. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 48 см^2 .

б) Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{7}$ от его длины. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 35 дм^2 .

20.12. Найдите значение одночлена:

а) $a^2b^{10}cd^2$, если $a = 0,2$, $b = -1$, $c = 15$, $d = -2$;
 б) $\frac{4}{9} s^3t^4r^5$, если $s = 1$, $t = 2$, $r = -1$.

Приведите одночлен к стандартному виду и укажите коэффициент и буквенную часть:

20.13. а) $13a \cdot 2b \cdot 4b \cdot 8a$; в) $14c^3 \cdot (-5)cd^2 \cdot 3d$;
 б) $5^2pq^2 \cdot (-4)^2qpq$; г) $2^4x^9y^8(-2)^2(-x)^4(-y)^3$.

20.14. а) $0,45a^2bc^5 \cdot \frac{1}{9}a^7b^6c$; в) $0,4b^3x^4y \cdot \frac{1}{24}bx^3y^7$;
 б) $-6p^4n^3 \left(-\frac{1}{3}n^2p^2 \right)$; г) $-3a^2b^4 \left(-\frac{1}{9}a^3b^4 \right)$.

20.15. а) $17x^ny^8z^3 \cdot 2xy^5z^4$; в) $12p^3q^2r^{10} \left(\frac{1}{12}pr^5q^6 \right)$;
 б) $-2x^3c^5d^8 \left(-\frac{1}{2}c^6dx \right)$; г) $-99a^ms^nt^n \left(-\frac{1}{33}a^ns^kt^m \right)$.

- 20.16. Приведите одночлены к стандартному виду и укажите те из них, у которых одинаковая буквенная часть:
 а) $3ab \cdot 4a^2$; $2,5b^2 \cdot 5a^3$; $1,2a^2 \cdot 5b$; $7a^2b \cdot 12ab$;
 б) $8pq \cdot 3p^2$; $1,4p^2 \cdot 15pq$; $0,7 \cdot 12p^3$; $4,3p^2 \cdot 3q$;
 в) $0,125st^2 \cdot 8t^2$; $0,25t^4 \cdot 4s$; $2,5t \cdot 8st^3$; $0,2st \cdot 14t^3$;
 г) $15mn^3 \cdot 2m^2$; $4m^3 \cdot 3n^2$; $7,8n^3 \cdot 5m^2$; $2m^2n \cdot 6,4n^2$.
- 20.17. В прямоугольном параллелепипеде длина в 2 раза больше ширины, а высота в 4 раза больше ширины. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен 1000 см^3 .
- 20.18. В прямоугольном параллелепипеде длина в 2 раза больше ширины, а высота составляет $\frac{5}{2}$ длины. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен 640 м^3 .
- 20.19. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как $2 : 3 : 4$, а его объем равен 648 дм^3 . Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда.

§ 21. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

Выясните, являются ли данные одночлены подобными:

- 21.1. а) $3a$ и $4a$; в) $3y^3$ и $3y^3$;
 б) $19x^2$ и $35x^2$; г) m^n и $5m^n$.
- 21.2. а) $3a^2b^3c$ и $4a^2b^3c$; в) $17,8c^3d^6$ и $3,01c^{12}d^4$;
 б) $6x^2$ и $15x^5$; г) $\frac{3}{13}r^3s^2t^5$ и $\frac{11}{18}r^3s^2t^5$.
- 21.3. а) $7a^2$ и $3a^3$; в) $-0,2m^2n^4p^8$ и $-0,38m^2p^8n^4$;
 б) $\frac{2}{7}x^3y^4z$ и $\frac{9}{10}x^3y^4z$; г) $\frac{1}{2}y^2z$ и $\frac{1}{3}yz^2$.
- 21.4. Вместо символа $*$ поставьте одночлен, подобный данному и такой, коэффициент которого в 3 раза больше, чем у данного одночлена:
 а) $1,7x^2y^6$ и $*$; в) $c^3d^{12}z^5$ и $*$;
 б) $*$ и $3,6a^2b^2c^9$; г) $\frac{1}{3}m^2n^8p^{14}$ и $*$.

21.5. Среди данных одночленов найдите подобные:

а) $3x^2y$; $7x^2y$; $10xy^2$; $0,25x^2y$;

б) $12a^2b^2$; $5a^2b^2$; $1,2a^2b^3$; $2,04a^2b^2$;

в) $9c^5b^{12}$; $0,1c^5d^{12}$; c^5d^{12} ; c^3d^7 ;

г) $\frac{1}{2}m^7n^{10}$; $\frac{1}{7}m^{11}n^{13}$; $\frac{3}{8}m^{11}n^{15}$.

21.6. Приведите одночлены к стандартному виду и укажите те из них, которые подобны одночлену $7m^9$:

а) $m \cdot m^2 \cdot m^3 \cdot 8 \cdot m$; в) $36m^3 \cdot m \cdot 2 \cdot m \cdot 0,1 \cdot m^4$;

б) $\frac{12}{13}m \cdot m^3 \cdot m^5$; г) $\frac{1}{2}m^{13} \cdot m^7 \cdot 0,5$.

Выполните действия:

21.7. а) $3x + 5x$; в) $6y + 7y$;
б) $3p + 5p + p$; г) $7q + 9q + 4q$.

21.8. а) $1,2c + 1,2c$; в) $3,5d + 8,4d$;
б) $\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}m$; г) $\frac{1}{5}n + \frac{3}{10}n$.

21.9. а) $13x^2 + 20x^2$; в) $2,1z^3 + 3,05z^3$;
б) $\frac{1}{2}p^7 + \frac{3}{7}p^7$; г) $\frac{1}{3}q^k + \frac{1}{4}q^k$.

21.10. а) $1,7d^4 - 0,7d^4$; в) $m^4 - m^4$;
б) $7p^8 - 3p^8 - 2p^8$; г) $12x^8 - x^8 - 3x^8$.

21.11. а) $20y - 12y - y - 2y$; в) $30x^2 - 15x^2 - 7x^2$;
б) $\frac{2a^2}{3} - \frac{a^2}{3}$; г) $\frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{4}a^2b$.

○**21.12.** а) $5x^2y + 6x^2y$; в) $3,5b^2d^3 - 8,4b^2d^3$;
б) $\frac{1}{2}c^3d + \frac{1}{2}c^3d$; г) $1\frac{3}{8}m^3n^4 + 3\frac{1}{16}m^3n^4$.

Вместо символа * поставьте такой одночлен, чтобы получилось верное равенство:

21.13. а) $5a^2b^3 + * = 13a^2b^3$; в) $7,4pq - * = 4pq$;
б) $-12x^3 - * = -24x^3$; г) $* + 0,5m^2n = 1,7m^2n$.

21.14. а) $-18a^5b^7 - * = 0$; в) $0 - * = 2,4x^3yz$;
б) $* + 6st^4 = -1,2st^4$; г) $13xyz - * = 18,3xyz$.

21.15. а) Представьте одночлен $6cd^2$ в виде суммы одночленов несколькими способами.

б) Представьте одночлен $49x^3y^2$ в виде суммы одночленов несколькими способами.

Упростите выражение:

○21.16. а) $5x \cdot 2y + 3x \cdot 6y + 2x \cdot 7y$;

б) $3y^2x + 6x \cdot 3y \cdot 2y + 2yxy$;

в) $-11ab + a \cdot 8 \cdot b + 5ab$;

г) $ab^2 + 9abb + 3bab + abb$.

○21.17. а) $3a^2b + 7a \cdot 9ba + 10b \cdot 3a^2(-1)$;

б) $x^2y^2 \cdot 7 + 19x \cdot 2xyy - 9x \cdot 3yxy$;

в) $az^3 + 7az^3 - 6z \cdot 2az^2 - 5az^3$;

г) $m^8n^4 + 2m^3 \cdot 3m^5n^4 - 7m^8n^4$.

Решите уравнение:

○21.18. а) $0,5x + 0,4x = 9$;

в) $x - \frac{13}{18}x = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x = 5$;

г) $20x - 13x - 12x = 0,6$.

○21.19. а) $0,71x - 13 = 9 - 0,39x$;

в) $8x - 1,79 = 4,61 - 8x$;

б) $1,2 + \frac{3}{10}x = \frac{8}{15}x + 0,78$;

г) $\frac{5}{12}x + 1,3 = 0,53 + \frac{7}{8}x$.

○21.20. а) $2x^3 + 3x^3 = 40$;

в) $7x^3 - 5x^3 = -54$;

б) $9x^2 - 6x^2 = 192$;

а) $x^8 + 7x^8 = -8$.

○21.21. Сумма двух третей неизвестного числа и его половины на 7 больше самого неизвестного числа. Найдите это число.

○21.22. Сумма одной четверти и одной шестой частей неизвестного числа на 5 меньше его половины. Найдите это число.

○21.23. Первое число в 1,5 раза больше второго. Известно, что удвоенное первое число на 24 больше, чем третья часть второго. Найдите эти числа.

○21.24. Вкладчик положил в банк некоторую сумму денег из расчета 10% годовых. Через год он снял со своего вклада 600 р., в результате чего на его счете осталась сумма, равная половине первоначального вклада. Сколько денег будет на счету у вкладчика в конце второго года хранения?

- 21.25. Для выполнения практической работы ученик получил три квадрата. Сторона первого квадрата в 2 раза меньше стороны третьего, а сторона второго составляет $\frac{2}{3}$ стороны третьего квадрата. Найдите сторону каждого квадрата, если сумма их площадей равна 61 см^2 .
- 21.26. Ученик изготовил три куба. Ребро первого куба в 3 раза больше, чем ребро второго, а ребро третьего составляет $\frac{4}{3}$ от ребра первого. Найдите ребро каждого куба, если объем первого куба на 296 см^3 меньше объема третьего куба.

Выполните действия:

21.27. а) $42b^2c^3d^2 + 54b^2c^3d^4 + 48b^2c^3d^2 + 12b^2c^3d^2$;
 б) $1,8m^3n^4z^8 + 3,2m^3n^4z^8 + 1,05m^3n^4z^8$.

21.28. а) $\frac{1}{2}a^2b^2c^n + \frac{1}{3}a^2b^2c^n + \frac{1}{8}a^2b^2c^n$;
 б) $3,09x^ny^nz^n + \frac{1}{10}x^ny^nz^n + 0,01x^ny^nz^n + \frac{1}{20}x^ny^nz^n$.

21.29. а) $-1,4a^3 - (-0,09a^3) + (-1,5a^3) + 2a^3$;
 б) $3,9x^4 + (-2,7x^4) - (-0,8x^4) + (-2x^4)$.

21.30. а) $-\frac{c}{5} + \left(-\frac{c}{3}\right) - \left(-\frac{2c}{5}\right) - \frac{c}{60}$;
 б) $-\frac{p}{5} - \left(-\frac{2p}{3}\right) - \frac{p}{4} + \left(-\frac{p}{60}\right)$.

Упростите выражение:

21.31. а) $3x \cdot 2y + 5x \cdot 2y + 6x \cdot 2y$;
 б) $1,2a^2b + 3,2aba + 6,8aab + 8,8baa$;
 в) $\frac{1}{2}xy^2x + \frac{1}{3}xyxy + \frac{1}{6}xy^2x$;
 г) $1\frac{3}{5}mn^3r^8 + \frac{7}{10}n^2r^8nr^3m + \frac{3}{20}mr^7n^2rn$.

21.32. а) $21xyx^2y^3x - 8x^2y^2xyxy - 2xy^3x^3y - 3x^4y^3y$;
 б) $5z^nq^n - 3z^{n-1}q^n z - q^{n-1}zqz^{n-1}$.

21.33. Упростите выражение:

а) $\frac{1}{2}abca + \frac{3}{4}b(-a)ca - \frac{1}{12}acba + \frac{5}{24}(-b)aca;$

б) $3nmk \cdot 4n - \frac{3}{8}nm \cdot \left(2\frac{2}{3}\right) \cdot nk + \frac{2}{9}n^2m \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right)k.$

21.34. а) К разности одночленов $16x^2y^4$ и $13x^2y^4$ прибавьте сумму одночленов $23x^2y^4$ и $10x^2y^4$.

б) К сумме одночленов $43a^3b^2$ и $-27a^3b^2$ прибавьте разность одночленов $34a^3b^2$ и $20a^3b^2$.

21.35. а) Из суммы одночленов $2,38n^4p$ и $-1,48n^4p$ вычтите разность одночленов $4,72n^4p$ и $-1,28n^4p$.

б) Из разности одночленов $2,57k^3n^4$ и $-1,43k^3n^4$ вычтите сумму одночленов $-8,39k^3n^4$ и $5,39k^3n^4$.

21.36. В данном выражении вместо символа $*$ расставьте знаки «+» и «-» так, чтобы получилось верное равенство:

а) $25a^2b^4 = 3a^2b^4 * 5a^2b^4 * 7a^2b^4 * 10a^2b^4;$

б) $43x^3y^9 = 50x^3y^9 * 7x^3y^9;$

в) $79c^8d^{10} = 85c^8d^{10} * 10c^8d^{10} * 4c^8d^{10};$

г) $99p^nq^n z^n = 100p^nq^n z^n * 10p^nq^n z^n * 15p^nq^n z^n * 4p^nq^n z^n.$

21.37. Некоторое число уменьшили на 15%, а затем результат увеличили на 10%. После этого получили число, которое на 13 меньше первоначального. Найдите первоначальное число.

21.38. Задуманное число сначала увеличили на 12%, а затем результат уменьшили на 24%. Полученное при этом число оказалось на 186 меньше задуманного. Найдите задуманное число.

21.39. В прямоугольном параллелепипеде длина в 3 раза больше ширины и в 2 раза меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 864 см^2 .

21.40. В прямоугольном параллелепипеде ширина в 2 раза меньше высоты и составляет $\frac{4}{5}$ его длины. Найдите измерения параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 736 м^2 .

- 21.41. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как $2 : 3 : 5$, а площадь его поверхности равна 62 дм^2 . Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда.

§ 22. УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ.

ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В НАТУРАЛЬНУЮ СТЕПЕНЬ

Найдите произведение данных одночленов:

- 22.1. а) $2x \cdot 3y$; б) $7a \cdot 5b$; в) $31c \cdot 3d$; г) $15z \cdot 3t$.
- 22.2. а) $7a \cdot 2b \cdot 3c$; в) $10m \cdot 5n \cdot 2q$;
 б) $10x^2 \cdot 2y^2 \cdot 3z^3$; г) $17p^2 \cdot 2q^2 \cdot 0,5s^3$.
- 22.3. а) $7x^2 \cdot 5x^2 \cdot 6x^3$; в) $71x^2y^3z^8 \cdot 2xyz$;
 б) $\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}b^3 \cdot \frac{1}{6}c^4$; г) $54c^2d^2f^3 \cdot cd^3f$.
- 22.4. а) $-5a^2b \cdot (-6ab^2)$; в) $-17x^3y \cdot (-2x^2y^2)$;
 б) $41c^2d \cdot (-4cd)$; г) $-13m^2n^2p^3 \cdot (-2mn^2p)$.
- 22.5. а) $0,2c^2d \cdot 5,4c^3d^3$; в) $-b^3 \cdot 0,5b^2$;
 б) $8x^2 \cdot \left(-\frac{3}{16}y\right)$; г) $2\frac{1}{3}m^2p^3 \cdot 5\frac{1}{7}mp$.
- 22.6. а) $0,6x^2y^3z \cdot 0,8xy^2z$; в) $0,75d^3 \cdot (-0,1d^4)$;
 б) $6\frac{1}{2}n^2q \cdot 7\frac{1}{13}nq^3$; г) $-\frac{3}{20}x^2y \cdot \frac{40}{51}xy^2$.
- 22.7. а) $5,1p^3q^4 \cdot (-2pq^8)$; в) $-7,81abc^3 \cdot 2ab^2c$;
 б) $-2,5z^3 \cdot \left(\frac{3}{5}z^4\right)$; г) $\left(-\frac{3}{4}\right)xy^2 \cdot (-0,4x^2y^3)$.

Возведите одночлен в указанную степень:

- 22.8. а) $(3a^2c)^2$; в) $(-0,2c^3d)^4$;
 б) $\left(-\frac{1}{3}xy^2\right)^4$; г) $\left(-\frac{1}{2}abc\right)^5$.
- 22.9. а) $(-6x^3y^3)^0$; в) $(-10x^2y^4)^5$;
 б) $(-5a^3x^2)^3$; г) $(-2ax^3y^2)^4$.

22.10. Представьте данный одночлен в виде произведения одночленов:

- а) $56x^2y^3z^8$; в) $0,21c^9d^{14}f^{43}$;
 б) $102m^2n^3p^4$; г) $\frac{1}{2}r^7s^9t^{12}$.

22.11. Представьте одночлен $-24x^6y^9$ в виде произведения:

- а) двух одночленов; в) четырех одночленов;
 б) трех одночленов; г) пяти одночленов.

○22.12. Замените символ $*$ таким одночленом, чтобы выполнялось равенство:

- а) $* \cdot 3b^2 = 9b^3$; в) $-4a^3b^4 \cdot * = 16a^7b^9$;
 б) $8a^2b^4 \cdot * = -8a^5b^5$; г) $-17a^8b^{12} \cdot * = -34a^9b^{13}$.

22.13. Возведите одночлен:

- а) $6x^3y^6$ в квадрат;
 б) $-2ab^3$ в четвертую степень;
 в) $-m^3n$ в пятую степень;
 г) $-3a^2bc^3$ в куб.

22.14. Представьте данный одночлен в виде квадрата некоторого одночлена:

- а) $81a^4$; б) $36b^6$; в) $144c^{12}$; г) $169d^4$.

22.15. Представьте данный многочлен в виде куба некоторого одночлена:

- а) $0,008b^6$; б) $0,027b^9$; в) $0,001y^{24}$; г) $-\frac{8}{27}a^6$.

Упростите выражение:

- 22.16. а) $20a^3 \cdot (5a)^2$; в) $(-c^3)^2 \cdot 12c^6$;
 б) $-0,4x^5 \cdot (2x^3)^4$; г) $(4ac^2)^3 \cdot 0,5a^3c$.

- 22.17. а) $(3x^6y^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^2\right)$; в) $(3a^2)^2 \cdot (-6a^3)$;
 б) $\left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)^3 \cdot (-9x^4)^2$; г) $\left(\frac{1}{8}x^2y^3\right) \cdot (2x^6y)^4$.

- 22.18. а) $(0,2b^6)^3 \cdot 5b$; в) $(2ab)^4 \cdot (-7a^7b)$;
 б) $\frac{9}{16}p^7 \cdot \left(-1\frac{1}{3}p^4\right)^0$; г) $\left(3\frac{1}{3}a^2\right)^3 \cdot 81a^5$.

Упростите выражение:

22.19. а) $\frac{3}{5}a^2b^2c \cdot 5ab^2c^3 \cdot \frac{1}{3}ac^2$;

б) $\frac{1}{8}x^5y^4z^3 \cdot (-8xy^3z)$;

в) $3,5xz^3 \cdot \left(-3\frac{1}{2}x^2z\right) \cdot (-5xz)$;

г) $2cd^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}cd^2\right) \cdot (-2c^2d^2)$.

22.20. а) $ab \cdot (-a^2b) \cdot (-ab^2)$;

в) $mn \cdot (-m^2n^5) \cdot (-m^8n^4)$;

б) $x^2y \cdot xy \cdot (-x^2y^2)$;

г) $(-p^3q^4) \cdot (-pq) \cdot (-2p^2q^2)$.

22.21. а) $1\frac{1}{6}cd \cdot \left(-\frac{6}{7}c^3d^2\right)$;

в) $\frac{19}{23}mn^8p^9 \cdot \left(-\frac{46}{57}m^{10}n^3p^2\right)$;

б) $-1\frac{1}{4}a^2b^3c^7 \cdot \left(-1\frac{1}{15}ab^7c^8\right)$;

г) $-\frac{1}{14}xyz \cdot \left(-2\frac{4}{5}x^2y^3z^6\right)$.

22.22. а) $(0,2a^3b^4)^4$;

в) $(-0,3b^8c^7d^6)^2$;

б) $\left(1\frac{1}{3}x^2y^5z^8\right)^3$;

г) $\left(-\frac{1}{9}a^3x^2y^3\right)^0$.

22.23. а) $(-0,5a^2b^3c^9)^2$;

в) $(-2a^8b^5c^9)^8$;

б) $(0,06m^2n^3p)^2$;

г) $(-0,4x^2y^3z^8)^3$.

22.24. а) $(-a^2b^3c^5)^0$;

в) $(-1,6m^3n^2p^9)^2$;

б) $\left(-1\frac{1}{4}p^2q^2z^8\right)^4$;

г) $\left(-2\frac{3}{5}r^9s^{15}t^{12}\right)^2$.

22.25. Представьте заданный одночлен A в виде B^n , где B — некоторый одночлен, если:

а) $A = 81a^6b^8c^{12}$, $n = 2$;

в) $A = 125x^3y^9z^{27}$, $n = 3$;

б) $A = 256x^4y^{12}z^{24}$, $n = 4$;

г) $A = 144a^6b^{10}c^{18}$, $n = 2$.

22.26. Представьте заданный одночлен C в виде D^n , где D — некоторый одночлен, если:

а) $C = 216c^9b^{12}f^{27}$, $n = 3$;

б) $C = 243x^{10}y^{25}z^{40}$, $n = 5$;

в) $C = 1024p^{20}q^{100}r^{1000}$, $n = 10$;

г) $C = 256a^{36}b^{216}c^{1296}$, $n = 4$.

22.27. Можно ли представить одночлен A в виде куба некоторого одночлена B , если:

- а) $A = 7a^9$; в) $A = 81b^{10}c^{27}$;
 б) $A = 27b^4$; г) $A = -64x^9y^{81}$?

22.28. Можно ли представить одночлен C в виде квадрата некоторого одночлена D , если:

- а) $C = 25a^{10}$; б) $C = -36d^4$; в) $C = 8c^8$; г) $C = 16b^7$?

Упростите выражение:

22.29. а) $(10a^2y)^2 \cdot (3ay^2)^3$; в) $-(3x^6y^3)^3 \cdot (-x^2y)^4$;

б) $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3 \cdot (4y^5)^2$; г) $(-5ab^6)^4 \cdot (0,3a^6b)^4$.

22.30. а) $(-4a^3b^4)^2 \cdot 0,25b^7$; в) $(0,4a^2bc)^2 \cdot (-1,5ab^3c^4)$;

б) $\left(-\frac{2}{3}pq^4\right)^0 \cdot (-27pq^5)$; г) $\left(\frac{1}{4}m^4n\right)^3 \cdot (-32m^4n)$.

22.31. а) $(-4,5a^3b^2y)^2 \cdot (-2aby)$; в) $(-0,8p^3x^2z)^2 \cdot (-2,5px^3z^4)$;

б) $(-3bc^3d)^3 \cdot \left(-\frac{1}{27}b^2cd\right)$; г) $\left(-3\frac{1}{3}a^2\right)^3 \cdot 81a^7$.

22.32. а) $(-6a^3x^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^2x^2\right)^3$; в) $\left(-\frac{1}{9}a^2c^4\right)^2 \cdot (-3a^5c^3)^2$;

б) $(-3m^3n^2)^5 \cdot \left(-\frac{1}{3}mn^4\right)^4$; г) $\left(-\frac{3}{2}a^7b^4\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}a^6b\right)^0$.

●**22.33.** Решите уравнение:

а) $(5x^2)^3 \cdot (2x^3)^5 = 2^2 \cdot 10^3$;

б) $(9x^4)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)^8 = \left(\frac{3}{4}\right)^4$;

в) $(3x^3)^4 \cdot (4x^5)^3 = -72^2$;

г) $(8x^5)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}x^4\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

●**22.34.** Вместо символов $*$ запишите такие одночлены, чтобы получилось верное равенство:

а) $(*)^2 \cdot (*)^3 = 4a^3b^2c^5$; в) $(*)^4 \cdot (*)^3 = 8c^4d^{13}n^3$;

б) $(*)^3 \cdot (*)^2 = -27p^3x^4y^2$; г) $(*)^5 \cdot (*)^2 = 81b^{13}n^5t^4$.

§ 23. ДЕЛЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Выполните деление одночлена на одночлен:

- 23.1. а) $a^3 : a^2$; б) $x^8 : x^3$; в) $y^{20} : y^{18}$; г) $z^{64} : z^{60}$.
- 23.2. а) $\frac{1}{3}x : 3$; б) $\frac{1}{5}y : \frac{10}{11}$; в) $\frac{5}{7}a : \left(-\frac{25}{49}\right)$; г) $-\frac{13}{15}b : \left(-\frac{26}{45}\right)$.
- 23.3. а) $-8x : (-4x)$; б) $3c : c$; в) $7a : (-a)$; г) $-9b : (-b)$.
- 23.4. а) $6x^2 : x^2$; б) $-27y^2 : (-9y^2)$; в) $-15z^8 : z^8$; г) $-90p^4 : (-5p)$.
- 23.5. а) $-19a : (-19a)$; б) $-45b : (-15b)$; в) $-100cd : (20cd)$; г) $18dy : (6dy)$.
- 23.6. а) $16abc : (8a)$; б) $24pqr : (-4pq)$; в) $-42cdm : (12c)$; г) $-99xyz : (-9x)$.
- 23.7. а) $4,8axy : (1,6xy)$; б) $(-0,88abc) : (1,1b)$; в) $-0,81pqs : (0,009pq)$; г) $6,5xz : (-1,3z)$.
- 23.8. а) $18a^{12} : (6a^4)$; б) $24b^{10} : (6b^{10})$; в) $12a^7y^4 : (6a^2y^3)$; г) $6b^5x^3 : (3b^3x^2)$.
- 23.9. а) $44a^3b^2c^6 : (11a^2bc^5)$; б) $198x^4y^4z^2 : (2x^4y^3z)$; в) $144m^8n^9k^4 : (12m^2n^7k)$; г) $258p^8q^4r^{17} : (3p^6q^2r^{15})$.
- 23.10. Какое из предложенных заданий корректно, а какое некорректно:
а) разделить $8c^3$ на $4c^{10}$; б) сложить $12ab$, $-5ab$ и $8ab$; в) сложить $15a^3$ и $2a^2$; г) разделить $4c^{10}$ на $8c^3$?
- 23.11. Можно ли разделить одночлен $24a^3b^4c^5$ на одночлен:
а) $-2abcd$; б) $18a^2b^2c^2$; в) $12a^3b$; г) $3a^3b^5c^4$?
- 23.12. Вместо символа * поставьте такой одночлен, чтобы получилось верное равенство:
а) $30x^5y^6z^7 : * = 5x^3y^2z^6$; б) $* : (5a^3b^4c^{10}) = 15a^5b^7c^{21}$; в) $* : (p^3m^2q^7) = p^8m^4q^9$; г) $d^2n^3z^{10} : * = dn^2z^5$.

Упростите выражение:

- 23.13. а) $(5a^2b^2)^3 : (5ab)^2$; б) $(10x^3y^3)^4 : (2x^4y^3)^2$; в) $(49z^{10}t^{14}) : (7zt)^0$; г) $(-x^2y^3z)^4 : (xyz)$.
- 23.14. а) $(2m^2n^2)^4 : (4mn)^2$; б) $55p^3q^4 : (5pq)^0$; в) $(-x^2y^3z^4)^5 : (-xyz)^6$; г) $(-5ac^3d)^3 : (5cd)^2$.

$$23.15. \text{ а) } \frac{(2cy^3)^2 \cdot 16c^5y}{(4c^2y)^3};$$

$$\text{ в) } \frac{(3x^2c^3)^2 \cdot 27x^{15}c^4}{(3x^2c)^5};$$

$$\text{ б) } \frac{(9a^3b^4)^3}{(3a^2b)^2 \cdot 27a^4b^9};$$

$$\text{ г) } \frac{(4a^3b^3)^2 \cdot (-a^2b)^3}{(-2a^3b^2)^8}.$$

$$23.16. \text{ а) } \frac{(-4x^2y^3)^3 \cdot (-5x^2y^4)^2}{(-10x^3y^5)^0};$$

$$\text{ б) } \frac{(-2a^3x^5)^4 \cdot (-9a^3x^5)^2}{(-6a^4x^7)^0}.$$

$$23.17. \text{ а) } \frac{(-6a^5x^9)^3}{(4a^3x^4)^3 \cdot (-2ax^2)^5};$$

$$\text{ б) } \frac{(-2a^4b^3)^3 \cdot (3a^3b^9)^2}{(-2a^2b^3)^8}.$$

$$23.18. \text{ а) } \frac{(3a^5b^3)^4 \cdot (2a^3b^2)^0}{(6a^4b^2)^5};$$

$$\text{ б) } \frac{(10a^6x^5)^6}{(5a^9x^2)^4 \cdot (2a^9x^6)^0}.$$

●23.19. Решите уравнение:

$$\text{ а) } \frac{(7x)^{11} \cdot (49x)^2 \cdot 7}{(7x^2)^3 \cdot (343x)^4} = 56; \quad \text{ б) } \frac{(3x)^9 \cdot (9x^4)^3 \cdot x^2}{(3x^3)^5 \cdot (27x)^3} = -96.$$

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

1. Приведите одночлен $0,5ab^2 \cdot (-3a^2b) \cdot \left(-\frac{2}{3}a^7b^5c\right)$ к стандартному виду.
2. Дан одночлен $1\frac{1}{5}m^3n^2l^4$. Запишите одночлен, который в сумме с данным дает одночлен $m^3n^2l^4$.
3. Представьте одночлен $-4,5a^4bc^3$ в виде суммы одночленов:
 - а) с одинаковыми по знаку коэффициентами;
 - б) с разными по знаку коэффициентами.
4. Решите уравнение

$$\frac{5}{7}x^9 - \frac{3}{14}x^9 - 1\frac{1}{2}x^9 = -1.$$

5. Упростите выражение

$$-\left(\frac{2}{3}x^2y^2\right)^4 \cdot \left(-2\frac{1}{4}xy^3\right)^3.$$

6. Замените символ $*$ таким одночленом, чтобы выполнялось равенство

$$* \cdot \frac{1}{5} m^4 n = -m^6 n^4.$$

7. Представьте в виде квадрата или куба некоторого одночлена:

а) $2\frac{7}{9} x^4 y^2 z^8$; б) $0,027 m^9 n^6$.

8. Найдите значение выражения $(3xy)^3 \left(\frac{1}{3} xy^2\right)^2$, если $x = -3$, $y = \frac{1}{3}$.

9. Упростите выражение $\frac{(1,2x^2z^5)^2 \cdot (2x^4z)^3}{0,6xz^8}$.

Вариант 2

1. Приведите одночлен $(-1,5x^2y) \cdot 4xy^3 \cdot \left(-2\frac{1}{3}x^5y^6z\right)$ к стандартному виду.

2. Дан одночлен $-\frac{3}{7}x^2y^2z^2$. Запишите одночлен, который в сумме с данным дает одночлен $x^2y^3z^2$.

3. Представьте одночлен $5,3a^5b^2c$ в виде суммы одночленов:

- а) с одинаковыми по знаку коэффициентами;
б) с разными по знаку коэффициентами.

4. Решите уравнение

$$2,05x^6 - 3,07x^6 + 1,03x^6 = 0,01.$$

5. Упростите выражение

$$-\left(\frac{3}{7}x^2y^3\right)^2 \cdot \left(-2\frac{1}{3}xy^3\right)^3.$$

6. Замените символ $*$ таким одночленом, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{3}{4}ab^2 \cdot * = 4a^4b^5.$$

7. Представьте в виде квадрата или куба некоторого одночлена:

а) $3\frac{1}{16}a^6d^4c^8$; б) $0,008u^{15}v^3$.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2}a^2b\right)^3(4ab^3)^2$, если $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$.

9. Упростите выражение $\frac{(1,3a^4b^2)^3}{(-2,6ab)^2 \cdot 5a^4b}$.

§ 24. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Установите, какие из данных выражений являются многочленами:

24.1. а) $3a + 4b$; в) $5(5x^2 - 12y^2)$;
б) $5x^2 - 3y^2$; г) $(a + 1)(b - 2)$.

24.2. а) $5x^2 - 6x^2 + \frac{1}{x}$; в) $\frac{b^2}{4} + 12z^2 - \frac{ab}{5}$;

б) $\frac{3a^2b}{4ab^2}$; г) $0,3p^2 + 13p - 1$.

24.3. а) $3x^2 + 5y + \frac{7}{c}$; в) $9x^3 - 4y^2 - 5$;

б) $\frac{a^8}{4} - \frac{b^6}{5} + \frac{c^4}{7} + \frac{d^6}{9}$; г) $\frac{10}{z^5} + \frac{2}{z^3} + \frac{5}{z^2} - \frac{11}{z}$.

24.4. Даны одночлены: $5a$; $-4ab$; $8a^2$; $12a$; $-2,5ab$; $-a^2$.
Составьте из них:

- а) многочлен, в котором нет подобных членов;
- б) многочлен, в котором есть подобные члены;
- в) два многочлена, в каждом из которых нет подобных членов, используя при этом все данные одночлены;
- г) выражения, которые не являются многочленами.

24.5. Даны одночлены: $0,5x^2y$; $-xy^2$; $12xy$; $-3x^2y$; $-0,2xy$; $4xy^2$. Составьте из них:

- а) многочлен, в котором нет подобных членов;
- б) многочлен, в котором есть подобные члены;
- в) два многочлена, в каждом из которых нет подобных членов, используя при этом все данные одночлены;
- г) выражения, которые не являются многочленами.

Приведите многочлен к стандартному виду:

24.6. а) $5x^2 - 3x^2 - x^2$; в) $1,2c^5 + 2,8c^5 - 4c^5$;

б) $7y^3 + y^3 + 12y^3$; г) $\frac{1}{2}d^n - \frac{1}{3}d^n + \frac{1}{6}d^n$.

24.7. а) $5x^2 - 3xy - 2xy + x^2$;

б) $3t^2 - 5t^2 - 11t - 3t^2 + 5t + 11$;

в) $7a^2b - 5a^2b + ab^2 + 2ab^2$;

г) $z^3 + 2z^2 + z^3 - 4z - z^2$.

24.8. а) $4b^2 + a^2 + 6ab - 11b^2 - 6ab$;

б) $3a^2x + 3ax^2 + 5a^3 - 3ax^2 - 8a^2x - 10a^3$;

в) $9x^3 - 8xy - 6y^2 - 9x^3 - xy$;

г) $m^4 - 3m^3n + n^2m^2 - m^2n^2$.

○24.9. а) $mmmm - nnnn$;

б) $3s \cdot 2r + 2rs + 4r \cdot 8s$;

в) $pqpq - qpqp$;

г) $12m \cdot 2n - 3m \cdot 4n - 7m \cdot 8n$.

○24.10. а) $4p^3 \cdot 2p + 3p^2 \cdot 4p + 2p^2 \cdot 2p^2 - 2p^3 \cdot 4$;

б) $x \cdot \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + 0,8x - x \cdot \frac{1}{6}x - x$;

в) $y \cdot 2y - 3y - y^2 - 5 + 2yy - y \cdot 5 + y \cdot 7y^2$;

г) $\frac{5}{6}aa + \frac{1}{3}a - 0,6aa + a \cdot 0,1a$.

○24.11. а) $2x \cdot 4y - 3x \cdot 2y - 0,2x \cdot 5y + y \cdot 5x - 5xy + 8xy$;

б) $xpxx - p \cdot 3px - p \cdot 4x^3 + 7pxp$;

в) $15r^3s - 5rsr^2 - 3srrr + 2r^2sr$;

г) $7xaxx + a \cdot 2ax + x \cdot 9xa - 8axa$.

○24.12. Приведите многочлен к стандартному виду и запишите в порядке убывания степеней переменной:

а) $15p + 18p^2 + 4 - 12p + 3p^2 - p^4$;

б) $1,4x^2 - 4,1x^3 + x - 3,1 + x + 1,3x^3$;

в) $\frac{1}{4}a + \frac{3}{5}a^2 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{7}{8} - \frac{2}{3}a$;

г) $0,2y^4 - 3,5y - 1,2y^4 - 1 + 3,5y$.

○24.13. Приведите многочлен к стандартному виду и найдите его значение:

а) $a^3b + a^2b - 3ab^2 + 2a^2b + 2ab^2$ при $a = -1$, $b = 2$;

б) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y^2 + 0,3x - x + \frac{5}{9}y^2$ при $x = 5$, $y = \frac{3}{4}$;

в) $m^4 - 3m^3n + m^2n^2 - m^3n - 4m^2n^2$ при $m = -\frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$;

г) $6p^2q - 5pq^2 + 5p^3 + 2pq^2 - 8p^3 - 3p^2q$ при $p = -2$, $q = 0,5$.

○24.14. Дан многочлен $p(x) = 7x^3 - x + 2x^2 - 5x^3 + x^2 - x - 3$.

а) Приведите многочлен $p(x)$ к стандартному виду.

б) Вычислите $p(1)$, $p(-1)$, $p(2)$, $p\left(\frac{1}{2}\right)$.

○24.15. Дан многочлен $p(y) = 9y^4 + 3y^2 - 2y^3 - y - 8y^4 - 3y^2 + 2$.

а) Приведите многочлен $p(y)$ к стандартному виду.

б) Вычислите $p(1)$, $p(-1)$, $p(2)$, $p\left(\frac{1}{2}\right)$.

○24.16. Приведите многочлен к стандартному виду и выясните, при каких значениях переменной его значение равно 1:

а) $x^3 + 2x^2 + 7x + 8x - x^3 - x^2 - x^2$;

б) $0,5y^3 + 2,7y^2 + 3,5y + 6,5y - 0,5y^3 - 2y^2 - 0,7y^2$;

в) $3z^4 - z^2 + 4z + z + z^2 - 2z^4 - z^4 + 8$;

г) $6p^3 - p^2 + 4p^3 + p^2 - 10p^3 - 3p + 19$.

○24.17. а) Дан многочлен $3a + 11$. Полагая $a = 5x + 4$, составьте новый многочлен и приведите его к стандартному виду.

б) Дан многочлен $14 - 8a$. Полагая $a = 3x^2 - 4x + 2$, составьте новый многочлен и приведите его к стандартному виду.

24.18. Приведите многочлен к стандартному виду:

а) $c \cdot \frac{1}{2}c - 0,1c^5 - c^3 + cc^2 \cdot 2c^2 - c \cdot \frac{1}{8}c + ccc$;

б) $\frac{1}{9}mm - m \cdot \frac{1}{2}mm + 0,5m + mm \cdot \frac{1}{8}m - \frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{2}m$;

в) $aba + aa - a \cdot 2ab + bab - 2ba \cdot 2b - 6a \cdot 2b^2 - aa$;

г) $y \cdot 2yy - y \cdot 5xy + x \cdot 3xy - xy \cdot 6y + x \cdot 12xy - y^3$.

- 24.19.** Приведите многочлен к стандартному виду и запишите его в порядке убывания степеней переменной:
- $12m \cdot 0,2m^2 + 3,5m \cdot 2m - 27 + 4,5m^2 \cdot 0,2m - 15m$;
 - $3,6k \cdot 5k^3 - 0,4k^2 \cdot 7k + 1,4k^3 - 10k^2 \cdot 2k + 15k \cdot 0,5k^2$;
 - $9a^3 \cdot 0,3a - 12a \cdot 0,4a^2 + 7a \cdot 0,2a^3 + 1,7a^2 \cdot (-3a) - 13a \cdot 0,5a$;
 - $0,5b \cdot 4b^2 - 5b \cdot 0,3b - 3b^2 \cdot (0,2b) + 14b^2 \cdot 0,5 - 25b \cdot 0,3b^2$.
- 24.20.** Дан многочлен $p(a; b) = 2a^2 - 3ab + b^2 - ab - a^2$.
- Приведите многочлен $p(a; b)$ к стандартному виду.
 - Вычислите $p(1; 2)$, $p(1; -1)$, $p(2; 2)$, $p(-1; 2)$.
- 24.21.** Дан многочлен $p(a; b) = a^3 + 5a^2b + 2ab^2 + b^3 + ab^2 - 2a^2b$.
- Приведите многочлен $p(a; b)$ к стандартному виду.
 - Вычислите $p(1; 1)$, $p(-1; 1)$, $p(1; -2)$, $p(-1; -2)$.
- 24.22.** Приведите многочлен $p(x)$ к стандартному виду и найдите, при каких значениях переменной $p(x) = 1$:
- $0,6x^3 + 7,2x^2 + 0,4x - 5x^2 + 0,4x^3 - 2,2x^2 - 0,4x$;
 - $3x^4 - x^2 + 3x + x + x^2 - 2x^4 - 4x + 1$;
 - $4,6x^3 - x^2 + 4,4x^3 + 0,2x + x^2 + 1,7x - x^3 - 1,9x$;
 - $2x^3 + 3x^2 - 0,1x - 4x^2 - 1,8x^3 + 0,1x + 2x^2 - 0,2x^3 - 3$.
- 24.23.** Вместо символа $*$ поставьте такой одночлен, чтобы полученный многочлен стандартного вида не содержал переменной a :
- $5a - 13 + 8a - 7a + 25 + *$;
 - $7b - 15 + 10a - 2a + 13 - *$;
 - $12a - 23 + 2a - 3a + b + *$;
 - $8a^2 - 7a^2 - 4 + *$.
- 24.24.** Вместо символа $*$ поставьте такой одночлен, чтобы полученный многочлен стандартного вида не содержал членов, подобных a^2 :
- $a^2 + 2a^2 - b^2 - 3c + *$;
 - $3ax^2 - 5x^3 + 4a^2 + 8x^2a - 5 + 11a^2 + *$;
 - $2x^2 + 3ax - 9a^2 + 8x^2 - 5ax + 8a^2 + *$;
 - $2y^2 - 5ay + a^2 + 7y^2 + 3ay - 5a^2 + *$.
- 24.25.** а) Дан многочлен $p(x; y) = 7x + 4y - 11$.
Считая, что $y = 3x^2 - 2x + 5$, преобразуйте $p(x; y)$ так, чтобы получился многочлен от одной переменной x , и приведите его к стандартному виду.
- б) Дан многочлен $p(a; b) = 13a + 6b - 7$.
Считая, что $b = 4 - a^2 + 3a$, преобразуйте $p(a; b)$ так, чтобы получился многочлен от одной переменной a , и приведите его к стандартному виду.

24.26. Пусть $x = 3a + 12$, $y = 13 - a$, $z = 5 + 4a$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:

- а) $x + y + z$; в) $y - x + z$;
б) $x - y + z$; г) $z - x - y$.

24.27. Пусть $a = 3x^2 + 4x + 8$, $b = 1,2 - 2x^2 - 7x$, $c = 12,5x^2 - 3,5x + 21,8$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:

- а) $a + b + c$; б) $a - b + c$; в) $b - a - c$; г) $c - b - a$.

●24.28. Пусть $k = 5a^3 + 4a^2b + 8ab^2 - 24b^3$, $l = 7a^3 - 13a^2b - 4ab^2 + 17b^3$, $m = -12a^3 + 9a^2b - 4ab^2 + 15b^3$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:

- а) $k + l + m$; б) $l + k - m$; в) $m - l - k$; г) $l - k + m$.

§ 25. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

○25.1. Найдите $p(a) = p_1(a) + p_2(a)$, если:

- а) $p_1(a) = 2a + 5$; $p_2(a) = 3a - 7$;
б) $p_1(a) = 7 - 2a$; $p_2(a) = -1 - 5a$;
в) $p_1(a) = 3a - 4$; $p_2(a) = 11 - 3a$;
г) $p_1(a) = -4 - 3a$; $p_2(a) = 7 - 8a$.

○25.2. Найдите $p(x) = p_1(x) + p_2(x)$, если:

- а) $p_1(x) = 2x^3 + 5$; $p_2(x) = 3x^3 + 7$;
б) $p_1(x) = 4x^5 + 2x + 1$; $p_2(x) = x^5 + x - 2$;
в) $p_1(x) = 6x^2 - 4$; $p_2(x) = 5x^2 - 10$;
г) $p_1(x) = x^{11} + x^6 - 3$; $p_2(x) = 2x^{11} + 3x^6 + 1$.

○25.3. Найдите $p(a; b) = p_1(a; b) + p_2(a; b)$, если:

- а) $p_1(a; b) = a + 3b$; $p_2(a; b) = 3a - 3b$;
б) $p_1(a; b) = 8a^3 + 3a^2b - 5ab^2 + b^3$;
 $p_2(a; b) = 18a^3 - 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3$;
в) $p_1(a; b) = a^2 - 5ab - 3b^2$; $p_2(a; b) = a^2 + b^2$;
г) $p_1(a; b) = 10a^4 - 7a^3b - a^2b^2 + 6$;
 $p_2(a; b) = 17a^4 - 10a^3b + a^2b^2 + 3$.

○25.4. Найдите $p(y) = p_1(y) - p_2(y)$, если:

- а) $p_1(y) = 2y^3 + 8y - 11$; $p_2(y) = 3y^3 - 6y + 3$;
б) $p_1(y) = 4y^4 + 4y^2 - 13$; $p_2(y) = 4y^4 - 4y^2 + 13$;
в) $p_1(y) = y^3 - y + 7$; $p_2(y) = y^3 + 5y + 11$;
г) $p_1(y) = 15 - 7y^2$; $p_2(y) = y^3 - y^2 - 15$.

○25.5. Найдите $p(c; d) = p_1(c; d) - p_2(c; d)$, если:

а) $p_1(c; d) = 3c^2 + d$; $p_2(c; d) = 2c^2 - 3d$;

б) $p_1(c; d) = 5c^4 + 3c^2d$; $p_2(c; d) = 2c^2 + 3c^2d + d^2$;

в) $p_1(c; d) = 12c^2d - 3cd^2 + 4$; $p_2(c; d) = 6c^2d - 5cd^2 + 2c$;

г) $p_1(c; d) = c^2 + 2cd + d^2$; $p_2(c; d) = 5c^2 - 6cd - 7d^2$.

Решите уравнение:

○25.6. а) $(5x - 3) + (7x - 4) = 8 - (15 - 11x)$;

б) $(4x + 3) - (10x + 11) = 7 + (13 - 4x)$;

в) $(7 - 10x) - (8 - 8x) + (10x + 6) = -8$;

г) $(2x + 3) + (3x + 4) + (5x + 5) = 12 - 7x$.

○25.7. а) $\frac{3}{4}y - \left(\frac{5}{6}y - 1,25\right) = 0,55$; в) $\frac{3}{8}x - \left(\frac{1}{3}x - 2,4\right) = -0,4$;

б) $\frac{3}{4}x - (0,25x - 3) = 1,2$; г) $\frac{1}{2}x - (2,5x - 3) = 1,8$.

○25.8. Турист был в пути 4 ч. За первый час он прошел x км, а в каждый следующий час проходил на 0,5 км меньше, чем в предыдущий. Найдите путь, пройденный туристом:

а) за третий час;

в) за первые два часа;

б) за последние три часа;

г) за все время ходьбы.

25.9. Даны три многочлена: $p_1(a) = 2a^3 + 3a^2 - a + 1$,

$p_2(a) = 4a^4 + 6a^3 - 2a^2 + 2a$, $p_3(a) = 2a^5 + 3a^4 - a^3 + a^2$.

Найдите:

а) $p(a) = p_1(a) + p_2(a) + p_3(a)$;

б) $p(a) = p_1(a) - p_2(a) + p_3(a)$;

в) $p(a) = p_1(a) + p_2(a) - p_3(a)$;

г) $p(a) = p_1(a) - p_2(a) - p_3(a)$.

25.10. Даны три многочлена: $p_1(x; y) = 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$,

$p_2(x; y) = 20x^3 - 15x^2y + 4xy^2 - 3y^3$,

$p_3(x; y) = 10x^3 + 12x^2y - 5xy^2 + y^3$.

Найдите:

а) $p(x; y) = p_1(x; y) + p_2(x; y) + p_3(x; y)$;

б) $p(x; y) = p_1(x; y) - p_2(x; y) + p_3(x; y)$;

в) $p(x; y) = p_1(x; y) + p_2(x; y) - p_3(x; y)$;

г) $p(x; y) = p_1(x; y) - p_2(x; y) - p_3(x; y)$.

25.11. Решите уравнение:

- а) $2x^2 - (2x^2 - 5x) - (4x - 2) = 5$;
 б) $(y^3 + y) + (3 - 6y) - (4 - 5y) = -2$;
 в) $(x^2 - 7x - 11) - (5x^2 - 13x - 18) = 16 - 4x^2$;
 г) $(y^2 - 5y^3 - 19) - (5y^2 - 6y^3 - 9) = 22 - 4y^2$.

25.12. Запишите во втором столбце такой многочлен, чтобы его сумма с многочленом из первого столбца была равна многочлену, записанному в третьем столбце:

а) $5x + 6$		$9x + 7$
б) $a^3 + 2a^2b + b^3$		$a^3 + 2a^2b + b^3$
в) $m^2 + 2mn + n^2$		$m^2 - 2mn + n^2$
г) $2c^2d + 3cd^2 - 8$		0

●25.13. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- а) $6a^2 - (2 - (1,56a - (a^2 + 0,36a)) + (5,5a^2 + 1,2a - 1))$;
 б) $(a^2 + 2x^2) - (5a^2 - 1,2ax + (2,8x^2 - (1,5a^2 - 0,5ax + 1,8x^2)))$;
 в) $12,5x^2 + y^2 - (8x^2 - 5y^2 - (-10x^2 + (5,5x^2 - 6y^2)))$;
 г) $(y^3 + 3z^2) - (y^3 - 6az + (2y^3 - (3z^2 + 4az - 1,2y^3)))$.

§ 26. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 26.1. а) $2x(x^2 + 5x + 3)$; в) $3y(y^3 - 3y - 4)$;
 б) $-2xy(x^2 + 2xy - y^2)$; г) $-5mn(m^3 + 3m^2n - n^3)$.
- 26.2. а) $x^2y^2(x + y)$; в) $-c^3d^4(c^2 - d^3)$;
 б) $-p^3q^8(p^3 + 3pq - q^4)$; г) $r^7s^{12}(r^{10} + 2rs - s^5)$.
- 26.3. а) $3x(x + y) - 3x^2$; в) $5c(c^2 - d^2) - 5c^3$;
 б) $7a(a - b) - 7a^2$; г) $10m(m^5 + n^6) - 10m^6$.
- 26.4. а) $3x(x - 5) - 5x(x + 3)$; в) $2a(a - b) + 2b(a + b)$;
 б) $2y(x - y) + y(3y - 2x)$; г) $3p(8c + 1) - 8c(3p - 5)$.
- 26.5. Упростите выражение и найдите его значение:
 а) $5x(2x - 3) - 2,5x(4x - 2)$ при $x = -0,01$;
 б) $12(2 - p) + 29p - 9(p + 1)$ при $p = \frac{1}{4}$;
 в) $5a(a^2 - 4a) - 4a(a^2 - 5a)$ при $a = -3$;
 г) $3(3d - 1) + 7(2d + 1)$ при $d = 2\frac{4}{23}$.

Решите уравнение:

- 26.6. а) $3(x - 1) - 2(3 - 7x) = 2(x - 2)$;
б) $10(1 - 2x) = 5(2x - 3) - 3(11x - 5)$;
в) $2(x + 3) - 3(2 - 7x) = 2(x - 2)$;
г) $5(3x - 2) = 3(x + 1) - 2(x + 2)$.

- 26.7. а) $\frac{2x+1}{5} = 1$; в) $\frac{11-3x}{4} = \frac{1}{2}$;
б) $\frac{7x-3}{6} = \frac{5x+1}{2}$; г) $\frac{3x+7}{5} = \frac{6x+4}{5}$.

- 26.8. а) $3x - \frac{2x-1}{5} = \frac{3x-19}{5}$; в) $2x - \frac{2x+3}{3} = \frac{x-6}{3}$;
б) $\frac{8x-3}{7} - \frac{3x+1}{10} = 2$; г) $\frac{x+14}{5} - \frac{6x+1}{7} = 2$.

- 26.9. а) $6x(x+2) - 0,5(12x^2 - 7x) - 31 = 0$;
б) $2x^3 - x(x^2 - 6) - 3(2x - 1) - 30 = 0$;
в) $12x(x - 8) - 4x(3x - 5) = 10 - 26x$;
г) $8(x^2 - 5) - 5x(x + 2) + 10(x + 4) = 0$.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 26.10. Из пункта A в пункт B со скоростью 12 км/ч выехал велосипедист, а через полчаса вслед за ним выехал другой велосипедист, проезжавший в час 14 км и прибывший в пункт B одновременно с первым велосипедистом. Найдите расстояние между A и B .
- 26.11. Лодка плыла 6 ч по течению реки, а затем 4 ч против течения. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч, а всего лодкой пройдено расстояние 126 км.
- 26.12. От поселка до станции велосипедист ехал со скоростью 10 км/ч, а возвращался со скоростью 15 км/ч, поэтому он затратил на обратный путь на 1 ч меньше. Найдите расстояние от поселка до станции.
- 26.13. Катер плыл 4 ч по течению реки и 3 ч против течения, пройдя за это время расстояние 93 км. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
-

Выполните действия:

26.14. а) $14a \cdot \frac{a+2}{7} + 25a^2 \cdot \frac{4-3a}{5}$;

б) $3k^2 \cdot \frac{5k^2-4}{0,1} + 5k \cdot \frac{7k^3-3k}{0,5}$;

в) $24b^3 \cdot \frac{b^2+b-1}{6} + 26b^2 \cdot \frac{b^3-3b^2+4}{13}$;

г) $8a \cdot \frac{13a^3-12a^2+5}{0,4} - 9a^2 \cdot \frac{4a^2+12a-1}{0,3}$.

26.15. а) $18a^2 \cdot \frac{a^2-3a+1}{9} - 2a \cdot \frac{a^3-3a^2+a}{0,4} + a^4 - 3a^3 + a^2$;

б) $12x \cdot \frac{x+y}{6} - 27y \cdot \frac{2x-y}{9} - y(y+1)$;

в) $33c^3 \cdot \frac{c+1}{11} - 10c \cdot \frac{c^3-5c^2+c}{5} + c^4 - 3c$;

г) $28p^2 \cdot \frac{p^2+5p-1}{0,7} - 3p \cdot \frac{p^3+5p^2-p}{0,1} + 2p^4 + 10p^3 - 2p^2$.

26.16. Пусть $a = 3x^2 + 4x - 8$, $b = 2x^2 - 7x + 12$, $c = 5x^2 + 3x - 27$. По данному ниже условию составьте выражение и преобразуйте его в многочлен стандартного вида, записанный по степеням убывания переменной x :

а) $2a + 3c - 4b$;

б) $7ax - 12xb + 15xc - 13$;

в) $72xa - 4b + 3xc + 4$;

г) $0,1x^2a + 0,5xc - 0,6x^3b - 17$.

●26.17. Пусть $x = 3a^2 + 4$; $y = 12a - 13$; $z = a^2 - a + 1$; $k = 5a^3$; $l = 12a^2$; $m = 4a$. По данному ниже условию составьте выражение и преобразуйте его в многочлен стандартного вида, записанный по степеням убывания переменной a :

а) $2x + ky - lz$; в) $kx + ly - mz$;

б) $lx - 3my$; г) $mx - lz + 4kx - 14$.

26.18. Докажите, что выражение $x(3x + 2) - x^2(x + 3) + (x^3 - 2x + 9)$ при любом значении переменной x принимает одно и то же значение.

26.19. Докажите, что выражение $6x(x - 3) - 9(x^2 - 2x + 4)$ при любом значении переменной x принимает отрицательное значение.

Решите уравнение:

26.20. а) $\frac{2x+3}{3} + \frac{7x-13}{6} + \frac{5-2x}{2} = x-1$;

б) $\frac{x-2}{5} + \frac{2x-5}{4} + \frac{4x-1}{20} = 4-x$;

в) $\frac{5x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} + \frac{2x-1}{2} = 3x-2$;

г) $\frac{3-5x}{5} + \frac{3x-5}{3} + \frac{6x+7}{15} = 2x+1$.

26.21. а) $2x + x(3 - (x + 1)) = x(2 - x) + 12$;

б) $x^2(5x + 3) - 6x(x^2 - 4) = 3x(8 + x)$;

в) $x(12 - x) - 5 = 4x - x(10 - (3 - x))$;

г) $x(4x - 11) - 7x(x - 1) = -2x(x + 2) + 1$.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

26.22. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 17 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 15 мин из B в A навстречу ему выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние до встречи преодолел велосипедист, а какое — пешеход?

26.23. Расстояние AB , равное 110 км, турист прошел за три дня. За второй день пути он прошел на 5 км меньше, чем за первый, а за третий день — $\frac{3}{7}$ расстояния, пройденного за два первых дня. Сколько километров проходил турист за каждый день пути?

26.24. Из двух аэропортов, расстояние между которыми 2400 км, вылетели одновременно навстречу друг другу два самолета. Через 30 мин им оставалось пролететь до встречи 1400 км. Найдите скорости самолетов, если известно, что скорость одного из них в 1,5 раза больше скорости другого.

26.25. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми равно 10 км, одновременно в противоположных направлениях выехали велосипедист и легковой автомобиль. Через 24 мин расстояние между ними стало равным 40 км. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что она в 4 раза меньше скорости автомобиля.

- 26.26. Один фермер убирал в день на 2,5 га картофеля больше, чем другой, и, проработав 8 дней, убрал на 2 га больше, чем второй фермер за 10 дней. Сколько гектаров картофеля убирал каждый фермер за день?
- 26.27. Мастер изготавливает на 8 деталей в час больше, чем ученик. Ученик работал 6 ч, мастер — 8 ч, и вместе они изготовили 232 детали. Сколько деталей в час изготавливал ученик?
- 26.28. В трех поселках 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем — на 400 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей в каждом поселке?
- 26.29. Во втором цехе завода рабочих в 1,5 раза меньше, чем в первом, и на 200 человек больше, чем в третьем. Всего в первом и третьем цехах работают 800 человек. Сколько рабочих во втором цехе?
- 26.30. Длина прямоугольника на 8 см больше ширины. Если ширину увеличить в 2 раза, а длину уменьшить на 4 см, то площадь прямоугольника увеличится на 25 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
- 26.31. В прямоугольном параллелепипеде длина и ширина одинаковые, а высота на 6 см больше длины. Если длину увеличить в 2 раза, высоту уменьшить на 3 см, а ширину оставить без изменения, то объем параллелепипеда увеличится на 64 см^3 . Найдите измерения данного параллелепипеда.
- 26.32. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми равно 2 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Через 48 мин велосипедист опережал пешехода на 10 км. Найдите, какое расстояние будет между ними через 2 ч, если известно, что расстояние между ними все время увеличивалось.
- 26.33. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми равно 1 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Через 45 мин расстояние между ними стало равным 7 км. Найдите, какое расстояние между ними будет через 1,5 часа, если известно, что расстояние между ними все время увеличивалось.

§ 27. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 27.1. а) $(x + 1)(x - 2)$; в) $(b + 10)(b - 4)$;
 б) $(a - 3)(a + 8)$; г) $(y - 5)(y - 9)$.
- 27.2. а) $(x - 5)(9 - x)$; в) $(y - 10)(-y + 6)$;
 б) $(-8 - a)(b - 2)$; г) $(-7 - b)(a - 4)$.
- 27.3. а) $(2a + 4)(5a + 6)$; в) $(8c + 12)(3c - 1)$;
 б) $(7b - 3)(8b - 4)$; г) $(15d + 27)(-5d - 9)$.
- 27.4. а) $(m^2 + n)(m + n)$; в) $(3y^2 + 5)(y - 6)$;
 б) $(2x^2 - 1)(x + 3)$; г) $(7c^2 - 1)(c - 3)$.
- 27.5. а) $(3a + 5)(3a - 6) + 30$; в) $x(x - 3) + (x + 1)(x - 4)$;
 б) $(8 - y)(8 + y) - (y^2 + 4)$; г) $(c + 2)c - (c + 3)(c - 3)$.
- 27.6. а) $0,3a(4a^2 - 3)(2a^2 + 5)$; в) $3p(2p - 4) \cdot 2p(2p - 3)$;
 б) $1,5x(3x^2 - 5)(2x^2 + 3)$; г) $-0,5y(4 - 2y^2)(y^2 + 3)$.
- 27.7. а) $(3m^3 + 5)(3m^2 - 10)$; в) $(5k^4 - 2)(6k^2 - 1)$;
 б) $(4n^5 - 1)(2n^3 + 3)$; г) $(6p^8 - 4)(2p^2 + 5)$.
- 27.8. а) $(a + 2)(a^2 - a - 3)$; в) $(5b - 1)(b^2 - 5b + 1)$;
 б) $(m - n + 1)(m + n)$; г) $(c - 2d)(c + 2d - 1)$.
- 27.9. а) $(x^2 - xy - y^2)(x - y)$; в) $(n^2 - np + p^2)(n - p)$;
 б) $(a - x)(a^2 + ax + x^2)$; г) $(c^2 - cd - d^2)(c - d)$.
- 27.10. а) $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$;
 б) $(5 - 2a - a^2)(4a^2 - 3a - 1)$;
 в) $(5x - 2y)(25x^2 + 10xy + 4y^2)$;
 г) $(m^2 - m + 2)(3m^2 + m - 2)$.
- 27.11. Найдите значение выражения:
 а) $(a - 1)(a - 2) - (a - 5)(a + 3)$ при $a = -8$;
 б) $(a - 3)(a - 4) - (a + 2)(a - 5)$ при $a = -\frac{1}{6}$;
 в) $(a - 7)(a + 4) - (a + 3)(a - 10)$ при $a = -0,15$;
 г) $(a - 2)(a + 5) - (a - 3)(a + 4)$ при $a = -0,4$.

Решите уравнение:

- 27.12. а) $12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2$;
б) $(x - 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) = 0$;
в) $10x^2 - (2x - 3)(5x - 1) = 31$;
г) $(x - 2)(x - 3) - (x + 2)(x - 5) = 0$.

- 27.13. а) $(3x + 5)(4x - 1) = (6x - 3)(2x + 7)$;
б) $(5x - 1)(2 - x) = (x - 3)(2 - 5x)$;
в) $(5x + 1)(2x - 3) = (10x - 3)(x + 1)$;
г) $(7x - 1)(x + 5) = (3 - 7x)(x + 3)$.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 27.14. Длина прямоугольника на 20 м больше его ширины. Если длину прямоугольника уменьшить на 10 м, а ширину увеличить на 6 м, то его площадь увеличится на 12 м². Найдите стороны прямоугольника.
- 27.15. Найдите четыре последовательных натуральных числа, если известно, что разность между произведением двух больших чисел и произведением двух меньших чисел равна 58.
- 27.16. Периметр прямоугольника равен 60 см. Если длину прямоугольника увеличить на 10 см, а ширину уменьшить на 6 см, то площадь прямоугольника уменьшится на 32 см². Найдите площадь прямоугольника.
- 27.17. Найдите три последовательных натуральных числа, если известно, что квадрат меньшего из них на 65 меньше произведения двух других чисел.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 27.18. а) $a(3a^2 - 4)(3a^2 + 4)$; в) $a^2(2a + 3)(2a - 3)$;
б) $(a - 5)(a + 5)(a^2 + 25)$; г) $(a^2 + 16)(a - 4)(a + 4)$.
- 27.19. а) $(3,5p - 1,2k)(3,5p + 1,2k)$;
б) $(1,7s + 0,3t^2)(0,3t^2 - 1,7s)$;
в) $(2,4m^2 - 0,8n^2)(0,8n^2 - 2,4m^2)$;
г) $(1,3x^3 - 1,8y^2)(1,8y^2 - 1,3x^3)$.
- 27.20. а) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a + 1)$;
б) $(m^2 + 2m - 1)(m^2 - 2m + 1)$;
в) $(2x^2 + 3x + 2)(-2x^2 + 3x - 2)$;
г) $(b^3 + 5b + 3)(-b^3 - 5b + 3)$.

27.21. Преобразуйте произведение выражений в многочлен стандартного вида:

- а) $(m - 1)(m^3 - m^2 + m + 1)$;
- б) $(2 - s)(16 + 8s + 4s^2 - 2s^3 + s^4)$;
- в) $(x + y)(x^3 - x^2y - xy^2 - y^3)$;
- г) $(a + 3)(81 - 27a + 9a^2 - 3a^3 - a^4)$.

27.22. Решите уравнение:

- а) $(x + 4)(x - 3) + (x - 5)(x + 4) = 0$;
- б) $(x^2 - 3)(x + 2) + (x^2 + 3)(x - 2) = 4$;
- в) $(x - 4)(x + 3) + (x - 2)(x + 3) = 0$;
- г) $(x^2 - 1)(x - 4) + (x^2 + 1)(x + 4) = 6$.

27.23. Два прямоугольника имеют периметры 122 см. Длина первого прямоугольника больше длины второго на 5 см, а площадь второго прямоугольника на 120 см^2 больше площади первого. Найдите площадь каждого прямоугольника.

27.24. Периметр прямоугольника равен 240 см. Если длину прямоугольника уменьшить на 14 см, а ширину увеличить на 10 см, то его площадь увеличится на 4 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

27.25. Даны три числа, из которых каждое следующее на 3 больше предыдущего. Найдите эти числа, если известно, что произведение меньшего и большего на 54 меньше произведения большего и среднего.

27.26. Даны три числа, из которых каждое следующее на 12 больше предыдущего. Найдите эти числа, если известно, что произведение двух меньших на 432 меньше произведения двух больших.

27.27. Из четырех чисел второе больше первого на 3, третье больше второго на 5, а четвертое является суммой первого и второго. Найдите эти числа, если известно, что произведение первого и второго на 74,2 меньше разности между квадратом третьего числа и четвертым числом.

§ 28. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Преобразуйте квадрат двучлена в многочлен стандартного вида:

- 28.1. а) $(a - x)^2$; б) $(b - y)^2$; в) $(c + d)^2$; г) $(m - n)^2$.
- 28.2. а) $(x + 1)^2$; б) $(y - 2)^2$; в) $(a - 5)^2$; г) $(c + 8)^2$.

- 28.3. а) $(7 - a)^2$; б) $(9 - b)^2$; в) $(4 - n)^2$; г) $(12 - p)^2$.
- 28.4. а) $(-x + 1)^2$; б) $(-z - 3)^2$; в) $(-n - 8)^2$; г) $(-m - 10)^2$.
- 28.5. а) $(2a + 1)^2$; б) $(3c - 2)^2$; в) $(6x - 3)^2$; г) $(7y + 6)^2$.
- 28.6. а) $(8x + 3y)^2$; в) $(9p - 2q)^2$;
б) $(6m - 4n)^2$; г) $(10z + 3t)^2$.
- 28.7. а) $(-3a + 5x)^2$; в) $(-3m + 4n)^2$;
б) $(-6y - 2z)^2$; г) $(-12z - 3t)^2$.
- 28.8. а) $(0,2x - 0,5a)^2$; в) $\left(6a - \frac{1}{6}\right)^2$;
б) $\left(\frac{1}{4}m + 3n\right)^2$; г) $(10c + 0,1y)^2$.
- 28.9. а) $(x^2 + 1)^2$; в) $(q^2 + 8)^2$;
б) $(y^2 - 6)^2$; г) $(p^2 - 10)^2$.
- 28.10. а) $(a^2 + 3x)^2$; в) $(r^2 + 4s)^2$;
б) $(b^2 - 5y)^2$; г) $(m^2 - 6n)^2$.
- 28.11. а) $(c^2 + d^2)^2$; в) $(z^2 + t^2)^2$;
б) $(m^2 - n^2)^2$; г) $(p^2 - q^2)^2$.
- 28.12. а) $(a^3 + 3b)^2$; в) $(5m^2 + 3n^2)^2$;
б) $(4x^2 - 3c)^2$; г) $(6p^2 - 8g^3)^2$.
- 28.13. а) $\left(2\frac{1}{3}a - 1\frac{1}{14}b\right)^2$; в) $\left(-1,2x - 4\frac{1}{6}y\right)^2$;
б) $\left(0,9x + 1\frac{13}{27}y\right)^2$; г) $\left(-2,3a + 1\frac{2}{23}b\right)^2$.

Используя формулы для $(a \pm b)^2$, вычислите:

- 28.14. а) 79^2 ; б) 39^2 ; в) 59^2 ; г) 69^2 .
- 28.15. а) 21^2 ; б) 31^2 ; в) 61^2 ; г) 91^2 .
- 28.16. а) 42^2 ; б) 62^2 ; в) 82^2 ; г) 32^2 .
- 28.17. а) 98^2 ; б) 28^2 ; в) 88^2 ; г) 58^2 .
- 28.18. а) $\left(12\frac{1}{12}\right)^2$; б) $\left(-7\frac{2}{7}\right)^2$; в) $\left(7\frac{3}{14}\right)^2$; г) $\left(-13\frac{3}{13}\right)^2$.
- 28.19. а) $\left(12\frac{12}{13}\right)^2$; б) $\left(14\frac{13}{15}\right)^2$; в) $\left(39\frac{39}{40}\right)^2$; г) $\left(15\frac{13}{16}\right)^2$.

Выполните действия, используя соответствующую формулу сокращенного умножения:

- 28.20. а) $(a - b)(a - b)$; в) $(m - n)(m + n)$;
 б) $(c - d)(c + d)$; г) $(p - q)(p + q)$.
- 28.21. а) $(x - 1)(x + 1)$; в) $(c - 2)(c + 2)$;
 б) $(9 - a)(9 + a)$; г) $(12 - t)(12 + t)$.
- 28.22. а) $(3b - 1)(3b + 1)$; в) $(10m - 4)(10m + 4)$;
 б) $(6x - 2)(6x + 2)$; г) $(8a - 1)(8a + 1)$.
- 28.23. а) $(4a - b)(b + 4a)$; в) $(4b + 1)(1 - 4b)$;
 б) $(x - 7)(7 - x)$; г) $(5m + 2)(2 - 5m)$.
- 28.24. а) $(3x - 5y)(3x + 5y)$; в) $(13c - 11d)(13c + 11d)$;
 б) $(7a - 8b)(7a - 8b)$; г) $(8m - 9n)(8m + 9n)$.
- 28.25. а) $(5x - 2y^2)(5x + 2y^2)$; в) $(10p^3 - 7q)(10p^3 + 7q)$;
 б) $(2c - 3a^2)(3a^2 + 2c)$; г) $(8d + 6c^3)(6c^3 - 8d)$.
- 28.26. а) $(4x^2 - 2y^2)(4x^2 + 2y^2)$;
 б) $(10a^3 + 5b^2)(10a^3 - 5b^2)$;
 в) $(3n^4 - m^4)(3n^4 + m^4)$;
 г) $(10m^8 + 8n^8)(10m^8 - 8n^8)$.

Используя формулу $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, вычислите:

- 28.27. а) $69 \cdot 71$; б) $31 \cdot 29$; в) $89 \cdot 91$; г) $99 \cdot 101$.
- 28.28. а) $58 \cdot 62$; б) $82 \cdot 78$; в) $42 \cdot 38$; г) $18 \cdot 22$.
- 28.29. а) $0,49 \cdot 0,51$; в) $0,67 \cdot 0,73$;
 б) $0,78 \cdot 0,82$; г) $1,21 \cdot 1,19$.
- 28.30. а) $10\frac{1}{7} \cdot 9\frac{6}{7}$; б) $10\frac{2}{5} \cdot 9,6$; в) $99\frac{2}{3} \cdot 100\frac{1}{3}$; г) $7\frac{4}{5} \cdot 8,2$.

Выполните действия, используя соответствующую формулу сокращенного умножения:

- 28.31. а) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$; в) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$;
 б) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$; г) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$.
- 28.32. а) $(5m + 3n)(25m^2 - 15mn + 9n^2)$;
 б) $(2a - 3x)(4a^2 + 6ax + 9x^2)$;
 в) $(3x - 4y)(9x^2 - 12xy + 16y^2)$;
 г) $(4x - 5y)(16x^2 + 20xy + 25y^2)$.

28.33. а) $3(x - y)^2$; в) $-6(5m - n)^2$;
б) $-c(3a + c)^2$; г) $b(1 + 2b)^2$.

28.34. а) $a^2 + (3a - b)^2$; б) $9p^2 - (q - 3p)^2$; в) $(5c + 7d)^2 - 70cd$; г) $(8m - n)^2 - 64m^2$.

○28.35. а) $(a - 4)^2 + a(a + 8)$; б) $(y - 5)^2 - (y - 2)$;
 в) $(x - 7)x + (x + 3)^2$; г) $b(b + 4) - (b + 2)^2$.

28.36. а) $(3a - b)(3a + b) + b^2$;
 б) $9x^2 - (y + 4x)(y - 4x)$;
 в) $(5c - 6d)(5c + 6d) - 25c^2$;
 г) $(7m - 10n)(7m + 10n) - 100n^2$.

○28.37. a) $2(a - 2)(a + 2)$; б) $5c(c + 3)(c - 3)$;
 г) $x(x + 4)(x - 4)$; р) $7d^2(d - 1)(d + 1)$.

28.38. а) $(a - c)(a + c) - (a - 2c)^2$;
 б) $(x - 4)(x + 4) - (x + 8)(x - 8)$;
 в) $(3b - 1)(3b + 1) - (b - 5)(b + 5)$;
 г) $(m + 3n)^2 + (m + 3n)(m - 3n)$.

28.39. а) $(b - 5)(b + 5)(b^2 + 25)$; б) $(3 - y)(3 + y)(9 + y^2)$; в) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)$; г) $(c^2 - 1)(c^2 + 1)(c^4 + 1)$.

28.40. Докажите, что $(2a - b)(2a + b) + (b - c)(b + c) + (c - 2a)(c + 2a) = 0$.

○28.41. а) $(a + 3)^2 - (a - 2)(a + 2)$ при $a = -3,5$;
 б) $(x - 3)^2 - (x + 3)(x - 3)$ при $x = -0,1$;
 в) $(m - 3)^2 - (m - 9)(m + 9)$ при $m = -0,5$;
 г) $(c + 2)^2 - (c + 4)(c - 4)$ при $c = \frac{1}{4}$.

○28.42. а) $(5a - 10)^2 - (3a - 8)^2 + 132a$ при $a = -6$;
 б) $(3p - 8)^2 + (4p + 6)^2 + 100p$ при $p = -2$;
 в) $(5b - 3)^2 + (12b - 4)^2 - 4b$ при $b = -1$;
 г) $(13 - 5m)^2 - (12 - 4m)^2 + 4m$ при $m = -\frac{2}{3}$.

28.43. Решите уравнение:

а) $8x(1 + 2x) - (4x + 3)(4x - 3) = 2x$;
б) $x - 3x(1 - 12x) = 11 - (5 - 6x)(6x + 5)$;
в) $(6x - 1)(6x + 1) - 4x(9x + 2) = -1$;
г) $(8 - 9x)x = -40 + (6 - 3x)(6 + 3x)$.

Решите уравнение:

- 28.44. а) $(x - 6)^2 - x(x + 8) = 2$;
 б) $9x(x + 6) - (3x + 1)^2 = 1$;
 в) $x(x - 1) - (x - 5)^2 = 2$;
 г) $16x(2 - x) + (4x - 5)^2 = 1$.
- 28.45. а) $9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 = 0$;
 б) $x + (5x + 2)^2 = 25(1 + x^2)$;
 в) $(2x - 3)^2 - 2x(4 + 2x) = 11$;
 г) $(4x - 3)(3 + 4x) - 2x(8x - 1) = 0$.
- 28.46. а) $(x - 1)(x + 1) = 2(x - 3)^2 - x^2$;
 б) $(2x + 3)^2 - 4(x - 1)(x + 1) = 49$;
 в) $3(x + 5)^2 - 4x^2 = (2 - x)(2 + x)$;
 г) $(3x + 1)^2 - (3x - 2)(2 + 3x) = 17$.
- 28.47. а) $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$; в) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$;
 б) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 7$; г) $(x + 1)(x^2 - x + 1) = -7$.
- 28.48. В прямоугольном параллелепипеде длина на 5 см больше ширины и на 5 см меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 244 см^2 .
- 28.49. В прямоугольном параллелепипеде длина на 3 см больше ширины и на 3 см меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 198 см^2 .

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 28.50. а) $(10x^2 - 3xy^3)^2$; в) $(0,6b^3 - 5b^2c^4)^2$;
 б) $(8p^3 + 5p^2q)^2$; г) $(3z^7 + 0,5z^3t)^2$.
- 28.51. а) $(20x^3z + 0,03z^2)^2$; в) $(0,15k^4n^3 - 10n^4)^2$;
 б) $\left(\frac{3}{8}n^3 + 4mn^2\right)^2$; г) $\left(6a^2 - \frac{1}{3}ab\right)^2$.
- 28.52. а) $(x^n - 2^3)(x^n + 2^3)$; в) $(c^n - d^{3n})(c^n + d^{3n})$;
 б) $(a^{2n} + b^n)(a^{2n} - b^n)$; г) $(a^{n+1} - b^{n-1})(a^{n+1} + b^{n-1})$.
- 28.53. а) $(3x^2 - 2)(9x^4 + 6x^2 + 4)$;
 б) $(5x^2 + 3)(25x^4 - 15x^2 + 9)$;
 в) $(8b^2 + 3)(64b^4 - 24b^2 + 9)$;
 г) $(7a^2 - 1)(49a^4 + 7a^2 + 1)$.
- 28.54. а) $(x - 2)^2(x + 2)^2$; в) $(m - 6)^2(m + 6)^2$;
 б) $(y - 4)^2(y + 4)^2$; г) $(n - 7)^2(7 + n)^2$.

- 28.55. а) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$;
 б) $(3a - b)(3a + b)(9a^2 + b^2)$;
 в) $(p^3 + q)(p^3 - q)(p^6 + q^2)$;
 г) $(s^4 + r^4)(s - r)(s + r)(s^2 + r^2)$.
- 28.56. а) $(3x^2 + 4)^2 + (3x^2 - 4)^2 - 2(3x^2 + 4)(3x^2 - 4)$;
 б) $p(p - 2c)(p + 2c) - (p - c)(p^2 + pc + c^2)$;
 в) $(4a^3 + 5)^2 + (4a^3 - 1)^2 + 2(4a^3 + 5)(4a^3 - 1)$;
 г) $m(2m - 1)^2 - 2(m + 1)(m^2 - m + 1)$.
- 28.57. а) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)$;
 б) $x^{32} - (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)(x^{16} + 1)$.

Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

- 28.58. а) $(6a^5 + *)^2 = * + * + 25x^2$;
 б) $(10m^5 + *)^2 = * + * + 36m^4n^6$;
 в) $(* - 4x^7)^2 = 25x^4y^2 - * + *$;
 г) $(8a^3 - *)^2 = * - * + 49a^8b^6$.
- 28.59. а) $(* + 4d^4)^2 = * + 24c^2d^5 + *$;
 б) $(* - 8a^4)^2 = 81a^6b^2 - * + *$;
 в) $(4p^2q^2 + *)^2 = * + * + 0,01q^8$;
 г) $(8q^4t^3 - *)^2 = * - * + 0,16t^4$.
- 28.60. а) $(* + *)^2 = * + 70b^3c + 49c^2$;
 б) $(* - *)^2 = 81x^2 - * + 100x^4y^6$;
 в) $(* + *)^2 = * + 70x^3y^2 + *$;
 г) $(* - *)^2 = * - 48c^5d^3 + *$.
- 28.61. а) $(* - 15a)(* + *) = 4c^2 - *$;
 б) $(* + *)(* - 11c) = 81a^2 - *$;
 в) $\left(* - \frac{3}{4}x^3\right)(* + *) = 0,25y^4 - *$;
 г) $(* - *)(* + 0,4n^2) = 100m^6 - *$.
- 28.62. а) $(* - 10z^2)(* + *) = 0,49x^6 - *$;
 б) $(* + *) (7p^6 - *) = * - \frac{16}{121}q^4$;
 в) $\left(1\frac{3}{4}x^7 - *\right)(* + *) = * - 64y^4z^{10}$;
 г) $(* - *)^2 = * - 60a^4x^2 + *$.

28.63. Найдите значение выражения:

а) $125 - (5 - 3x)(25 + 15x + 9x^2)$ при $x = -\frac{4}{3}$;

б) $25 - (2 - 3a)(4 + 6a + 9a^2)$ при $a = -\frac{1}{3}$;

в) $127 + (5c - 3)(25c^2 + 15c + 9)$ при $c = -1\frac{1}{5}$;

г) $64 - (4 - 3a)(16 + 12a + 9a^2)$ при $a = -\frac{2}{3}$.

●28.64. Найдите значение числового выражения:

а) $(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) - 2^{16}$;

б) $3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32}$.

●28.65. Докажите равенство:

$$(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) = 0,2(3^{32} - 2^{32}).$$

§ 29. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Выполните деление многочлена на одночлен:

29.1. а) $(12a + 8) : 4$; в) $(44y + 22) : 11$;
б) $(54d + 36) : (-18)$; г) $(-15 - 5y) : (-5)$.

29.2. а) $(a - ab) : a$; в) $(-m - mn) : m$;
б) $(x - xy) : (-x)$; г) $(-c + cd) : (-c)$.

29.3. а) $(a^2 + 3ab) : a$; в) $(c^2 - 2cd) : c$;
б) $(m^3 - m^2n) : m^2$; г) $(p^4 - p^3q) : p^3$.

○29.4. а) $(4ab^2 + 3ab) : (ab)$; в) $(-3,5m^2n - 0,2mn) : (mn)$;
б) $(1,2cd^3 - 0,7cd) : (cd)$; г) $\left(-\frac{1}{2}xy + \frac{1}{3}x^3y\right) : (xy)$.

○29.5. а) $(4x + 12y - 16) : (-4)$;
б) $(3x^2y - 4xy^2) : (5xy)$;
в) $(2ab + 6a^2b^2 - 4b^2) : (-2b)$;
г) $(-a^5b^3 + 3a^6b^2) : (4a^4b^2)$.

○29.6. Найдите значение алгебраического выражения:

а) $(18a^4 - 27a^3) : (9a^2) - 10a^3 : (5a)$ при $a = -8$;

б) $(36x^2y - 4xy^2) : (4xy) + y$ при $x = -\frac{1}{9}$; $y = 0,2745$.

○29.7. Придумайте три одночлена, на которые делится данный многочлен:

- а) $5x^2 - 6x^4 + 48x^6 - 12x^3$;
- б) $14x^6 - 28x + 7x^5 + 84x^4 - 56x^8$;
- в) $15a^2b^3 + 25a^4b^2 - 30a^6b^3 - 75a^4b^7$;
- г) $45m^6n^2 + 30m^3n^5 + 60m^4n^3 - 90m^4n^5$.

○29.8. Установите, корректно ли задание: разделить многочлен $2x^3y^2 + 3x^2y - 5x^4y^4$ на одночлен A , если:

- а) $A = xyz$; б) $A = x^2y^2$; в) $A = xy$; г) $A = -x^2y$.

29.9. Выполните почленное деление числителя дроби на знаменатель:

- а) $\frac{12a^8b^6 + 60a^6b^8}{4a^6b^5}$;
- б) $\frac{132n^3p^2 - 44n^2p^3 + 110n^2p^4}{22np}$;
- в) $\frac{15a^7x^9 - 45a^9x^7}{5a^6x^6}$;
- г) $\frac{108k^4n^2 - 144k^2n^3 - 180k^2n^4}{36kn}$.

29.10. Установите, корректно ли предложенное задание, и если да, то выполните его:

- а) $(7a^2 + 10a^3b) : a^4$; в) $(27a^3 - 81b^3) : (9a^2b^3)$;
- б) $(4x^2 - 3x) : (-x^2)$; г) $(42x^3y - 63xy^3 + 14xy) : (7xy)$.

29.11. Запишите два не подобных между собой одночлена, на которые делится данный многочлен:

- а) $13k^3l^4 + 21k^4l^6 - 2k^2l^8 + 32k^9l^5$;
- б) $18p^6q^3 + 27p^2q^4 - 63p^8q^5 - 72p^9q^7$;
- в) $16c^6d^4 + 24c^5d^8 + 32c^9d^7 - 48c^2d^3$;
- г) $36x^6y^5 - 48x^4y^8 + 84x^3y^3 - 144x^3y^4$.

29.12. Запишите пять не подобных между собой одночленов, на которые делится данный многочлен:

- а) $4b^4c^5 - b^4c^4 + 13b^2c^6$;
- б) $12x^3y^4 - 16x^2y^3 + 24x^2y^2$;
- в) $5z^5m^7 - 25z^8m + 40z^{12}m^2$;
- г) $3,2k^2l^4 - 1,4k^3l^4 + 4,3kl^6$.

29.13. Из данных одночленов выберите те, на которые делится многочлен $12x^2y^3z - 3xy^2z^2 + 4xy^2z^3$:

- а) x^2yz ; $3x^2y^2z$; xy ; xyz^4 ; x^3 ;
- б) xy^2z ; $6xy^4z$; $5z$; $6xyz$; $20xy$;
- в) y^2 ; 3 ; $142xyz$; $15x$; $24z^2$;
- г) $4xy^2$; y^2z ; 8 ; $7xyz$; $2xy^2z$.

Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

●29.14. а) $\frac{15a^4b - * + 20a^2b^3}{5a^2b} = * - 7ab + *;$

б) $\frac{* - 24a^3x^4}{*} = 7a^2 - 8ax^3;$

в) $\frac{* - 100a^2b^4 + 75ab^5}{25ab^3} = 3a^2 - * + *;$

г) $\frac{57c^4d^3 - 38c^3d^2}{*} = 3cd^2 - *.$

●29.15. а) $\frac{42a^2x^4 - 21a^3x^3 + 72a^4x^2}{*} = * - * + 12a^2x;$

б) $\frac{* - * + 63a^n x^5}{*} = 2a^5x^3 - 3a^6x^2 + 4,5a^{n-3}x;$

в) $\frac{30k^3p^3 - 175k^2p^4 - *}{*} = 3k^3 - * - 14p^2;$

г) $\frac{45c^{10}d^3 + 54c^{n+2}d^7 - *}{*} = * + 3,6c^nd^6 - 2c^6d^8.$

●29.16. Выясните, какой из данных многочленов может быть частным от деления многочлена $30a^4b^3 - 12a^2b^4$ на некоторый одночлен. Найдите делитель, если он существует:

- а) $3a^3 - 1,2ab$; $30a^4b - 12ab^2$;
- б) $5b^3 - 2b^4$; $15a^2b - 4b$;
- в) $30a^3b^2 - 12ab$; $6a^3b^2 - 3ab^3$;
- г) $15a^4b^3 - 6a^2b^4$; $3a^2 - 1,2b$.

- 29.17. Выясните, какой из данных многочленов может быть частным от деления многочлена $42x^5y^4 + 56x^4y^2$ на некоторый одночлен. Найдите делитель, если он существует:
- а) $21x^4y^3 + 18x^3y^6$; $5,25xy^3 + 7y^6$; $6x^4y^3 + 8x^3y$;
 б) $6x^3y^3 + 8x^2y^6$; $42xy + 56y^2$; $21x^2y^3 + 28xy$;
 в) $42x^2y + 56x$; $21x^3y^3 + 28x^3y$; $4,2x^4y^2 + 5,6x^3$;
 г) $5,25xy^3 + 14xy^6$; $10,5x^2y^3 + 14xy$; $6x^3y + 8x^2$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 1

1. Приведите многочлен к стандартному виду, укажите его степень и свободный член:

$$4x \cdot \frac{1}{2}x^3 - 3,5x^2 \cdot 6 + \frac{1}{5}x^2 \cdot 3x^3 - x^2(-2x) + 2 \cdot (-1,5).$$
2. В выражении $2a^2 + 4b - 12$ замените переменную b многочленом $2a^2 - 4a + 1$ и приведите получившийся многочлен к стандартному виду.
3. Вместо символа $*$ в многочлене $1\frac{1}{2}a + 2\frac{1}{3}a - 15 + 2,4a - *$ поставьте такой одночлен, чтобы получившееся выражение не содержало переменной.
4. Пусть $p_1(a) = a^3 - 3a^3 + 1,2$, $p_2(a) = 3a^3 - 2,4a^2 - a$. Составьте многочлен:
 а) $p(a) = p_1(a) + 2p_2(a)$; б) $p(a) = 3p_1(a) - p_2(a)$.
5. При каких значениях переменных верно равенство

$$6x^2y(2xy - 1) + 3x(2xy - 5) = 2x(6x^2y^2 - 5) - 25?$$
6. Используя формулу сокращенного умножения, вычислите:
 а) 99^2 ; б) 202^2 .
7. Решите уравнение

$$(2x - 1)(2x + 1) - 4(x + 5)^2 = 19.$$
8. Используя формулу сокращенного умножения, упростите выражение $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$ и найдите его значение при $x = 0,25$.
9. Докажите, что значение выражения $(5t - 2)(5t + 2) - (5t - 4)^2 - 40t$ не зависит от значения переменной.

Вариант 2

1. Приведите многочлен к стандартному виду, укажите его степень и свободный член:

$$5a^2 \cdot 1,5a^4 - \frac{1}{3}a \cdot 6a^2 + a^3 \cdot (-4a^2) - a^2 \cdot (-a^2) - 12 \cdot (-3).$$

2. В выражении $3x^3 + 2y + 4$ замените переменную y многочленом $3x^3 + x - 5$ и приведите получившийся многочлен к стандартному виду.

3. Вместо символа $*$ в многочлене $4x - 1,5x + 7 + 1\frac{1}{7}x + *$ поставьте такой одночлен, чтобы получившееся выражение не содержало переменной.

4. Пусть $p_1(b) = 12b^4 - 10b^2 + 7$, $p_2(b) = 1,4b^3 - 5b^4 + b + 1,2$. Составьте многочлен:

а) $p(b) = 2p_1(b) + p_2(b)$; б) $p(b) = p_1(b) - 3p_2(b)$.

5. При каких значениях переменных верно равенство

$$3a(5ab^3 - 3) + 5a^2b^2(3b - 2a) = 15a(2ab^3 - 1) + 18?$$

6. Используя формулу сокращенного умножения, вычислите:

а) 89^2 ; б) 102^2 .

7. Решите уравнение

$$(3x + 2)(3x - 2) - 32 = 9(x - 2)^2.$$

8. Используя формулу сокращенного умножения, упростите выражение $(2 - 3a)(4 + 6a + 9a^2)$ и найдите его значение при

$$a = \frac{1}{6}.$$

9. Докажите, что значение выражения $(3b + 2)^2 + (7 + 3b)(7 - 3b) - 12b$ не зависит от значения переменной.

**§ 30. ЧТО ТАКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ
МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ
И ЗАЧЕМ ОНО НУЖНО**

Решите уравнение:

30.1. а) $x(x + 2) = 0$; в) $z(z - 1,6) = 0$;
 б) $(x + 1)(x + 4) = 0$; г) $(y + 2)(y - 6) = 0$.

30.2. а) $m(m + 1)(m + 2) = 0$; в) $p(p + 13)(p - 17) = 0$;
 б) $n^2(n - 3)(n - 8) = 0$; г) $q^3(q - 21)(q - 105) = 0$.

○30.3. а) $(2x + 3)(3x - 6) = 0$;
 б) $(9y + 18)(12y - 4)(36y - 72) = 0$;
 в) $(4a - 8)(6a - 10) = 0$;
 г) $(4t - 1)(8t - 3)(12t - 17) = 0$.

○30.4. Представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения многочлена и одночлена, если:

а) $p(x) = 2x^2 + x$; в) $p(x) = 3x^3 - 12x$;
 б) $p(x) = 6x^3 - 3x^2 + 3x$; г) $p(x) = 5x^4 + 5x^3 - 10x^2$.

○30.5. Представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения многочлена и одночлена и найдите, при каких значениях x выполняется равенство $p(x) = 0$, если:

а) $p(x) = 5x^2 - 10x$; в) $p(x) = 7x^2 + 21x$;
 б) $p(x) = x^2 + 6x^3$; г) $p(x) = 4x^4 - x^3$.

○30.6. Решите уравнение:

а) $x^2 - x = 0$; в) $3x^2 - 7x = 0$;
 б) $2x^2 + 4x = 0$; г) $x^2 = 4x$.

30.7. Воспользовавшись формулой $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения двух многочленов, если:

- а) $p(x) = x^2 - 4$; в) $p(x) = x^2 - 9$;
б) $p(x) = 9 - 4x^2$; г) $p(x) = 4 - 9x^2$.

○30.8. Разложите многочлен $p(x)$ на множители и найдите, при каких значениях x выполняется равенство $p(x) = 0$, если:

- а) $p(x) = x^2 - 1$; в) $p(x) = x^2 - 49$;
б) $p(x) = x^2 - 0,64$; г) $p(x) = x^2 - \frac{25}{36}$.

○30.9. Решите уравнение:

- а) $x^2 - 16 = 0$; в) $z^2 - 36 = 0$;
б) $y^2 - 25 = 0$; г) $t^2 - 100 = 0$.

○30.10. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $1,8 \cdot 0,6 + 1,8 \cdot 0,4$; в) $3,6 \cdot 1,3 - 0,3 \cdot 3,6$;
б) $1,5^2 - 1,5 \cdot 11,5$; г) $1,3 \cdot 8,7 + 1,3^2$.

○30.11. а) $53^2 - 43^2$; в) $108^2 - 98^2$;

- б) $\left(6\frac{1}{3}\right)^2 - \left(5\frac{1}{3}\right)^2$; г) $\left(7\frac{1}{2}\right)^2 - \left(3\frac{1}{2}\right)^2$.

Постройте график уравнения:

- 30.12. а) $x(x - y) = 0$; в) $y(x + y) = 0$;
б) $(x - 4)(y + 3) = 0$; г) $(x + 1)(y - 2) = 0$.
○30.13. а) $(2x - y)(x + y) = 0$; в) $(x - y)(3x + y) = 0$;
б) $(x + 2y)(x + y - 1) = 0$; г) $(x - 3y)(x - y + 2) = 0$.

Решите уравнение:

- 30.14. а) $(x - 1)^2(x + 2) = 0$; в) $(x - 4)^2(x - 3) = 0$;
б) $(x^2 - 1)(x - 3) = 0$; г) $(x^2 - 4)(x + 1) = 0$.
30.15. а) $x(x - 2)(x^2 + 1) = 0$; в) $x(x^2 + 4)(x + 4) = 0$;
б) $(x + 6)(x^3 - 8) = 0$; г) $(x - 5)(x^3 + 1) = 0$.
30.16. а) $0,25a^2 - 9 = 0$; в) $4x^2 - 1,44 = 0$;
б) $0,04b^2 - 4 = 0$; г) $0,25y^2 - 25 = 0$.

30.17. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{910}{137^2 - 123^2}; & \text{в) } \frac{324^2 - 36^2}{1440}; \\ \text{б) } \frac{13,2 \cdot 9,8 + 13,2 \cdot 2,2}{24}; & \text{г) } \frac{4,5 \cdot 3,1 - 4,5 \cdot 2,1}{0,1}. \end{array}$$

●30.18. Постройте график уравнения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2x^2 + xy = 0; & \text{в) } y^2 - 3xy = 0; \\ \text{б) } xy - 5y = 0; & \text{г) } 4x + xy = 0. \end{array}$$

§ 31. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

31.1. Запишите три одночлена, на которые делится каждый из заданных одночленов:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2m^2, 2m, 4; & \text{в) } 15ab^2, 25ab, 30a^2b; \\ \text{б) } 4x, 16x, 8xy; & \text{г) } 56xyz, 42x^2z, 14y^2z. \end{array}$$

Разложите многочлен на множители:

$$31.2. \text{ а) } 3x + 3y; \quad \text{б) } 5a - 5b; \quad \text{в) } 7a + 7y; \quad \text{г) } 8x - 8a.$$

$$31.3. \text{ а) } 3x + 6y; \quad \text{б) } 5a - 15b; \quad \text{в) } 7a + 14y; \quad \text{г) } 8x - 32a.$$

$$31.4. \text{ а) } 8x + 12y; \quad \text{в) } 21a + 28y; \\ \text{б) } 15a - 25b; \quad \text{г) } 24x - 32a.$$

$$31.5. \text{ а) } 2,4x + 7,2y; \quad \text{в) } 0,01a + 0,03y; \\ \text{б) } 1,8a - 2,4b; \quad \text{г) } 1,25x - 1,75a.$$

$$\circ 31.6. \text{ а) } \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}y; \quad \text{б) } \frac{8}{9}a - \frac{16}{27}b; \quad \text{в) } \frac{18}{25}a + \frac{12}{35}y; \quad \text{г) } \frac{12}{49}x - \frac{3}{28}y.$$

$$\circ 31.7. \text{ а) } 3\frac{1}{5}x + 3\frac{2}{15}y; \quad \text{б) } 4\frac{2}{7}a - 1\frac{1}{14}b.$$

$$\circ 31.8. \text{ а) } 3b^2 - 3b; \quad \text{в) } 4c^2 - 12c^5; \\ \text{б) } a^4 + 2a^2; \quad \text{г) } 8d^4 - 32d^2.$$

$$\circ 31.9. \text{ а) } x^3 - 3x^2 - x; \quad \text{в) } y^5 - 2y^4 + y^2; \\ \text{б) } 2m^6 - 4m^3 + 6m; \quad \text{г) } 9p^4 - 18p^2 - 27p.$$

$$\circ 31.10. \text{ а) } ab - a^2b; \quad \text{в) } x^2y - xy^2; \\ \text{б) } -p^2q^2 - pq; \quad \text{г) } m^3n^2 - n^3m^2.$$

Разложите многочлен на множители:

○31.11. а) $2z^5q^2 - 4z^3q + 6z^2q^3$; в) $7a^4b^3 - 14a^3b^4 + 21a^2b^5$;
 б) $xy^3 + 5x^2y^2 - 3x^2y$; г) $8x^3y^3 + 88x^2y^3 - 16x^3y^4$.

○31.12. а) $15x^3y^2 + 10x^2y - 20x^2y^3$;
 б) $12a^2b^4 - 36a^2b + 44abc$;
 в) $195c^5p^5 - 91c^5p^6 + 221c^3p^{10}$;
 г) $42a^4b - 48a^3b^2 - 78a^2b^3$.

31.13. а) $3x(a + b) + y(a + b)$; в) $5p(r - s) + 6q(r - s)$;
 б) $m(x - y) - (x - y)$; г) $(c + 2) - d(c + 2)$.

31.14. а) $15c(a + b) + 8(b + a)$; в) $n(2a + 1) + m(1 + 2a)$;
 б) $4a(x + y) - 9b(y + x)$; г) $11p(c + 8d) - 9(8d + c)$.

31.15. а) $a(b - c) + 3(c - b)$; в) $6(m - n) + s(n - m)$;
 б) $4(p - q) - a(q - p)$; г) $7z(x - y) - 5(y - x)$.

○31.16. а) $(x - y)^2 - a(x - y)$; в) $(m + n)^2 + 9d(m + n)$;
 б) $5(a + 3)^3 - (a + 3)$; г) $(p^2 - 6) - 4(p^2 - 6)^2$.

Решите уравнение:

○31.17. а) $x^2 - 3x = 0$; в) $y^2 - 5y = 0$;
 б) $a^2 + 10a = 0$; г) $b^2 + 20b = 0$.

○31.18. а) $0,45p^2 + 18p = 0$; в) $9m^2 + 0,27m = 0$;
 б) $-4q^2 + 3q = 0$; г) $-7x^2 + 2x = 0$.

○31.19. а) $x^3 + 2x^2 = 0$; в) $x^3 - 3x^2 = 0$;
 б) $(x - 6)^2 + 2x(x - 6) = 0$; г) $(x + 4)^2 - 3x(x + 4) = 0$.

○31.20. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $154^2 + 154 \cdot 46$; в) $167^2 - 167 \cdot 67$;
 б) $0,2^3 + 0,2^3 \cdot 0,8$; г) $0,9^3 - 0,81 \cdot 2,9$.

Разложите многочлен на множители:

31.21. а) $4c(4c - 1) - 3(4c - 1)^2$;
 б) $(a + 2)^3 - 4a(a + 2)$;
 в) $8m(m - 3) - 3(m - 3)^2$;
 г) $(a - 4)^3 + 8a(a - 4)$.

31.22. а) $a(2a - b)(a + b) - 3a(a + b)^2$;
 б) $m(3m + n^2)(m - n) + mn(m - n)^2$;
 в) $5x^2(3x - 8) + 10x(3x - 8)^2$;
 г) $6d^2(2d - 5)^2 - 12d^2(2d - 5)(d + 5)$.

31.23. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $0,756^2 - 0,241 \cdot 0,756 - 0,415 \cdot 0,756$;
 б) $0,25^2 \cdot 2,4 + 0,25 \cdot 2,4^2 - 0,25 \cdot 2,4 \cdot 0,65$;
 в) $2,49 \cdot 1,63 - 2,12 \cdot 1,63 + 1,63^2$;
 г) $0,16 \cdot 6,41 \cdot 1,25 - 0,16 \cdot 1,25^2 - 0,16^2 \cdot 1,25$.

31.24. а) $\frac{1,9 \cdot 3,8 + 1,9 \cdot 1,2}{0,2^2 + 0,2 \cdot 1,7}$; в) $\frac{1,7 \cdot 1,6 + 1,7^2}{3,4 \cdot 8,7 - 3,4 \cdot 5,4}$;

б) $\frac{1\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - 4\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}}{\left(1\frac{2}{7}\right)^2 - 1\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}}$; г) $\frac{1\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} - \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{9}}{\left(1\frac{2}{5}\right)^2 - 1\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{15}}$.

31.25. Докажите, что значение выражения:

- а) $17^6 + 17^5$ кратно 18; в) $42^8 + 42^7$ кратно 43;
 б) $3^{17} + 3^{16}$ кратно 30; г) $2^{23} + 2^{20}$ кратно 72.

●31.26. Докажите, что значение выражения:

- а) $8^7 - 2^{18}$ кратно 28; в) $9^7 + 3^{12}$ кратно 90;
 б) $10^8 + 5^7$ кратно 23; г) $6^4 - 2^8$ кратно 13.

●31.27. Постройте график уравнения:

- а) $2x^2 + 3xy + 6x = 0$; в) $2xy - 3y^2 - 6y = 0$;
 б) $x^2y + xy^2 = 0$; г) $2x^2y - xy^2 = 0$.

●31.28. При каких значениях p график линейной функции $y = p^2 - 2px$ проходит через заданную точку:

- а) $(1; 0)$; б) $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$; в) $(-1; 0)$; г) $(2,5; 0)$?

§ 32. СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

32.1. Из данных выражений вынесите общий множитель за скобки и затем выпишите попарно те из них, которые будут содержать одинаковые двучлены:

- а) $2x - x^2$, $-3ax + 2x^2$, $2ax^2 - 3a^2x$, $4xy - 2x^2y$;
 б) $ab - 3b^2$, $a^2 - 3ab$, $5 + 10x$, $a + 2ax$;
 в) $n^2 - nm$, $6a^2 - 9ab$, $mn - n^2$, $2ab - 3b^2$;
 г) $4x - 8$, $x^2 - 2x$, $-5 - 15m$, $21mn + 7n$.

32.2. Из данных выражений выпишите попарно те, которые после вынесения общего множителя будут содержать в скобках одинаковые двучлены:

- а) $2by - bz$, $4ax - az$, $2ay - az$, $4bx - bz$;
 б) $6ax - 3x$, $-2a + 1$, $3by - 3y$, $c - cb$;
 в) $a^3 - 2a^2$, $4ab - 2a^2b$, $5ac^2 - 10ac$, $3a - 6$;
 г) $3mn^2 - 6m^2n$, $abn - 2abm$, $a^2x^3 - 9a^2x$, $9x^2 - x^4$.

Разложите многочлен на множители:

- 32.3. а) $3a + 3 + na + n$; в) $ax + 3x + 4a + 12$;
 б) $6mx - 2m + 9x - 3$; г) $2mx - 3m + 4x - 6$.
 ○32.4. а) $7kn - 6k - 14n + 12$; в) $9m^2 - 9mn - 5m + 5n$;
 б) $7x + 7a - 5ax - 5a^2$; г) $bc + 3ac - 2ab - 6a^2$.
 ○32.5. а) $5y^2 + y + y^3 + 5$; в) $z^3 + 21 + 3z + 7z^2$;
 б) $y^3 - 4 + 2y - 2y^2$; г) $z - 3z^2 + z^3 - 3$.
 ○32.6. а) $7c^2 - c - c^3 + 7$; в) $x^3 - 6 + 2x - 3x^2$;
 б) $x^3 + 28 - 14x^2 - 2x$; г) $2b^3 - 6 - 4b^2 + 3b$.
 ○32.7. а) $16ab^2 + 5b^2c + 10c^3 + 32ac^2$;
 б) $20n^2 - 35a - 14an + 50n$;
 в) $18a^2 + 27ab + 14ac + 21bc$;
 г) $2x^2yz - 15yz - 3xz^2 + 10xy^2$.
 ○32.8. Найдите значение выражения:
 а) $ax - 2a - 3x + 6$, если $a = 1,5$; $x = 3,5$;
 б) $2a + b + 2a^2 + ab$, если $a = -1$; $b = 998$;
 в) $7by + 4b - 14y - 8$, если $y = \frac{5}{28}$, $b = \frac{2}{7}$.
 г) $5ab - 7b + 5a^2 - 7a$, если $a = 3,7$; $b = -3,7$.

Разложите многочлен на множители:

- 32.9. а) $40a^3bc + 21bc - 56ac^2 - 15a^2b^2$;
 б) $16xy^2 - 5y^2z - 10z^3 + 32xz^2$;
 в) $30x^2 + 10c - 25cx - 12x$;
 г) $18x^2z - 10kxy + 20k^2y - 36kxz$.
 32.10. а) $ax^2 - ay - bx^2 + cy + by - cx^2$;
 б) $xy^2 - by^2 - ax + ab + y^2 - a$;
 в) $ax + bx + cx + ay + by + cy$;
 г) $ab - a^2b^2 + a^3b^3 - c + abc - ca^2b^2$.

32.11. Найдите значение выражения $21a^2b - 4b - 12a + 7ab^2$, если:

- а) $a = -\frac{1}{3}$; $b = 2$; в) $a = 1\frac{1}{7}$; $b = 0,5$;
 б) $a = 4$; $b = \frac{1}{7}$; г) $a = -\frac{2}{3}$; $b = 3$.

32.12. Решите уравнение:

- а) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$; в) $x^3 + 3x^2 + 5x + 15 = 0$;
 б) $x^4 + x^3 - 8x - 8 = 0$; г) $x^4 - 3x^3 - x + 3 = 0$.

Постройте на координатной плоскости xOy график уравнения:

- 32.13. а) $xy + 2 - 2y - x = 0$; б) $4 + xy + 2(x + y) = 0$.
 ●32.14. а) $y^2 - 4y + xy - 4x = 0$; в) $x^2 + 3x - xy - 3y = 0$;
 б) $2x^2 - 4x - xy + 2y = 0$; г) $-y^2 + 2y - 3xy + 6x = 0$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

- 32.15. а) $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7$;
 б) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83$;
 в) $14,9 \cdot 1,25 + 0,75 \cdot 1,1 + 14,9 \cdot 0,75 + 1,1 \cdot 1,25$;
 г) $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} + 4,2 \cdot \frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{5} + 2,8 \cdot \frac{2}{3}$.
 32.16. а) $109 \cdot 9,17 - 5,37 \cdot 72 - 37 \cdot 9,17 + 1,2 \cdot 72$;
 б) $19,9 \cdot 18 - 19,9 \cdot 16 + 30,1 \cdot 18 - 30,1 \cdot 16$;
 в) $15,5 \cdot 20,8 + 15,5 \cdot 9,2 - 3,5 \cdot 20,8 - 3,5 \cdot 9,2$;
 г) $77,3 \cdot 13 + 8 \cdot 37,3 - 77,3 \cdot 8 - 13 \cdot 37,3$.

Разложите многочлен на множители, представив один из его членов в виде суммы подобных слагаемых:

- 32.17. а) $x^2 + 6x + 8$; в) $x^2 + 3x + 2$;
 б) $x^2 - 8x + 15$; г) $x^2 - 5x + 6$.
 ●32.18. а) $a^2 - 7a + 6$; в) $y^2 - 10y + 24$;
 б) $b^2 + 9b - 10$; г) $z^2 - 18z - 40$.
 ●32.19. а) $a^2 + 8ab - 9b^2$; в) $x^2 + 4xy - 12y^2$;
 б) $a^2 + 16ab + 55b^2$; г) $x^2 + 16xy + 39y^2$.

Решите уравнение:

- 32.20. а) $x^2 - 3x + 2 = 0$; в) $x^2 - 6x + 8 = 0$;
 б) $x^2 + 8x + 15 = 0$; г) $x^2 - 3x - 4 = 0$.
 ●32.21. а) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; в) $4x^2 + 5x - 6 = 0$;
 б) $3x^2 + 10x + 3 = 0$; г) $3x^2 - x - 2 = 0$.

- 32.22. При каком значении p заданная пара чисел является решением уравнения $p^2x + py + 8 = 0$:
а) (1; -6); б) (-1; 2)?
- 32.23. При каких значениях p график линейной функции $y = p^2 - 2px$ проходит через заданную точку:
а) (1; 3); б) (-2; 5)?

§ 33. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

33.1. Представьте в виде квадрата одночлена заданные выражения:

- а) $4z^2$, $9b^4$, $25m^2$, $64p^2$;
б) $16a^2b^4$, $81x^6y^4$, $49s^2t^8$, $25k^2t^{10}$;
в) $\frac{16}{25}p^2s^4t^2$, $\frac{9}{16}m^4n^{12}$, $\frac{4}{49}a^2b^{12}$, $\frac{25}{81}x^4y^8z^{16}$;
г) $0,01a^4b^8$, $0,04x^6y^6$, $0,49k^8t^{10}$, $1,21m^6n^4$.

Разложите многочлен на множители:

33.2. а) $x^2 - 196$; б) $169 - m^2$; в) $y^2 - 144$; г) $225 - n^2$.

33.3. а) $4 - 36a^2$; б) $49b^2 - 100$;
в) $400 - 121c^2$; г) $144d^2 - 225$.

33.4. а) $a^2 - 9b^2$; б) $16d^2 - c^2$; в) $m^2 - 64n^2$; г) $100q^2 - p^2$.

33.5. а) $49x^2 - 121a^2$; б) $64p^2 - 81q^2$;
в) $9m^2 - 16n^2$; г) $144y^2 - 25r^2$.

○33.6. а) $x^2y^2 - 1$; б) $25 - 36p^2c^2$; в) $4 - c^2d^2$; г) $49x^2y^2 - 400$.

○33.7. а) $c^2d^2 - m^2$; б) $a^2x^2 - 0,25y^2$;
в) $16y^2z^2 - 9a^2n^2$; г) $x^2y^2 - 0,25p^2q^2$.

○33.8. а) $144a^4 - 625c^2$; б) $25p^{10} - \frac{1}{9}q^{12}$;
в) $169x^8 - 400y^{16}$; г) $4b^{16} - \frac{1}{16}d^4$.

Решите уравнение:

○33.9. а) $x^2 - 49 = 0$; б) $y^2 - 100 = 0$;
в) $z^2 - 625 = 0$; г) $t^2 - 1 = 0$.

○33.10. а) $4x^2 - 1 = 0$; б) $25y^2 - 49 = 0$;
в) $36a^2 - 25 = 0$; г) $144z^2 - 1 = 0$.

33.11. Запишите сумму и неполный квадрат разности одночленов:
а) a и b ; б) m^2 и $2n^2$; в) $2c$ и $3d$; г) $3p$ и $4q^2$.

33.12. Запишите разность и неполный квадрат суммы одночленов:
а) k и l ; б) $5a^2$ и b^2 ; в) $3p$ и $2m$; г) $4s$ и $3t^2$.

33.13. Представьте в виде куба одночлена заданные выражения:
а) a^3b^3 , x^6y^9 , $8m^3n^9$, $125k^9t^{27}$;
б) $\frac{1}{64}p^9$, $\frac{27}{125}s^{18}$, $\frac{1}{343}m^{12}$, $\frac{125}{216}a^{24}$;
в) $0,064a^3b^3$, $0,125x^9y^3$, $0,216m^3n^{18}$, $0,008p^9q^{12}$;
г) $125x^3y^6z^9$, $216a^{12}b^{36}c^{24}$, $8m^6n^3p^{12}$, $0,343k^9l^{18}p^{15}$.

Разложите многочлен на множители:

33.14. а) $a^3 + 8$; б) $b^3 - 27$; в) $c^3 - 64$; г) $d^3 + 125$.

33.15. а) $216 - m^3$; б) $1000 + m^3$;
в) $729 + p^3$; г) $343 - q^3$.

○**33.16.** а) $64a^3 + 1$; б) $27d^3 - 8$;
в) $512b^3 - 125$; г) $216c^3 + 1000$.

○**33.17.** а) $a^3b^3 - 1$; б) $8 + c^3d^3$; в) $m^3n^3 - 27$; г) $p^3q^3 + 64$.

○**33.18.** а) $8a^3 + b^3$; б) $64a^3 - 125c^3$;
в) $216x^3 - y^3$; г) $27x^3 + 343t^3$.

Представьте выражение в виде квадрата двучлена:

33.19. а) $a^2 - 2ab + b^2$; б) $x^2 + 2xy + y^2$;
в) $z^2 + 2zt + t^2$; г) $m^2 - 2mn + n^2$.

33.20. а) $m^2 + 4m + 4$; б) $a^2 - 12a + 36$;
в) $1 - 2b + b^2$; г) $81 + 18y + y^2$.

○**33.21.** а) $4y^2 - 12y + 9$; б) $9p^2 + 48p + 64$;
в) $9m^2 + 24m + 16$; г) $9a^2 - 30a + 25$.

○**33.22.** а) $p^2 + 10pq + 25q^2$; б) $225x^2 - 30xy + y^2$;
в) $x^2 - 14xy + 49y^2$; г) $64t^2 - 16tz + z^2$.

○**33.23.** а) $9x^2 + 24xy + 16y^2$; б) $2,25a^2 - 9ab + 9b^2$;
в) $4m^2 - 28mn + 49n^2$; г) $0,25x^2 + 3xy + 9y^2$.

○**33.24.** Представьте выражение в виде квадрата двучлена и определите его знак:

а) $a^2 - 10a + 25$; б) $-a^2 - 4a - 4$;
в) $49 + 14a + a^2$; г) $-a^2 + 12a - 36$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

- 33.25. а) $34^2 + 2 \cdot 34 \cdot 36 + 36^2$;
 б) $27^2 - 2 \cdot 27 \cdot 13 + 13^2$;
 в) $98^2 - 2 \cdot 98 \cdot 8 + 8^2$;
 г) $76,4^2 + 13,6^2 + 2 \cdot 76,4 \cdot 13,6$.
- 33.26. а) $257^2 - 143^2$; в) $165^2 - 65^2$;
 б) $73,6^2 - 26,4^2$; г) $72,5^2 - 47,5^2$.
- 33.27. Решите уравнение:
 а) $x^2 - 24x + 144 = 0$; в) $x^2 + 32x + 256 = 0$;
 б) $25x^2 + 60x + 36 = 0$; г) $9x^2 - 42x + 49 = 0$.
- 33.28. Постройте график уравнения:
 а) $x^2 - 9 = 0$; в) $y^2 - 16 = 0$;
 б) $x^4 - 16 = 0$; г) $16y^4 - 81 = 0$.

Разложите многочлен на множители:

- 33.29. а) $(x + 1)^2 - 25$; в) $(z + 10)^2 - 36$;
 б) $(y - 2)^2 - 4$; г) $(t - 7)^2 - 100$.
- 33.30. а) $49 - (m - 3)^2$; в) $625 - (n + 12)^2$;
 б) $400 - (a + 9)^2$; г) $121 - (b - 13)^2$.
- 33.31. а) $(y + 2)^2 - 4y^2$; в) $(t - 7)^2 - 9t^2$;
 б) $100a^2 - (5a + 9)^2$; г) $121b^2 - (7b - 3)^2$.
- 33.32. а) $(a + 4)^2 - (b + 2)^2$; в) $(m + 10)^2 - (n - 12)^2$;
 б) $(x - 5)^2 - (y + 8)^2$; г) $(c - 1)^2 - (d - 23)^2$.
- 33.33. а) $(3x + 1)^2 - (4x + 3)^2$; в) $(15z + 4)^2 - (3z - 2)^2$;
 б) $(6y - 7)^2 - (9y + 4)^2$; г) $(13t - 9)^2 - (8t - 7)^2$.

Решите уравнение:

- 33.34. а) $\frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{25} = 0$; в) $\frac{9}{16}c^2 - \frac{81}{100} = 0$;
 б) $\frac{4}{49}b^2 - \frac{16}{121} = 0$; г) $\frac{36}{1225}d^2 - \frac{64}{441} = 0$.
- 33.35. а) $(2x - 5)^2 - 36 = 0$; в) $(4 - 11y)^2 - 1 = 0$;
 б) $(5z - 3)^2 - 9z^2 = 0$; г) $(4t - 3)^2 - 25t^2 = 0$.
- 33.36. а) $(a + 1)^2 - (2a + 3)^2 = 0$;
 б) $(5c + 8)^2 - (c - 10)^2 = 0$;
 в) $(3b - 2)^2 - (b + 1)^2 = 0$;
 г) $(7d - 13)^2 - (9d - 25)^2 = 0$.

Постройте график уравнения:

- 33.37. а) $x^2 - y^2 = 0$; в) $y^2 = 9x^2$;
 б) $x^2 = 4y^2$; г) $16x^2 - 25y^2 = 0$.
- 33.38. а) $(x + 1)^2 - y^2 = 0$; в) $x^2 - (y - 2)^2 = 0$;
 б) $(x - 3)^2 - (y + 2)^2 = 0$; г) $(x + 4)^2 - (y - 1)^2 = 0$.

Разложите многочлен на множители:

- 33.39. а) $\frac{1}{8}a^3 - \frac{8}{27}b^3$; в) $\frac{125}{512}x^3 - \frac{216}{343}y^3$;
 б) $\frac{64}{343}c^3 + \frac{729}{1000}d^3$; г) $\frac{1}{729}m^3 + \frac{125}{216}n^3$.
- 33.40. а) $a^6 - 8$; в) $27 + b^9$;
 б) $-x^6 + \frac{1}{8}$; г) $-\frac{1}{64} - y^6$.
- 33.41. а) $x^2y^3 - c^3$; в) $a^3 + m^3n^9$;
 б) $m^6n^3 + p^{12}$; г) $q^3 - c^{15}d^{18}$.
- 33.42. а) $\frac{1}{8}a^6 - b^9$; в) $\frac{1}{125}x^3 + y^6$;
 б) $\frac{8}{27}a^3 + \frac{1}{64}x^9$; г) $\frac{64}{729}m^3 - \frac{343}{1000}n^6$.
- 33.43. а) $(2c + 1)^3 - 64$; в) $8 - (3 - k)^3$;
 б) $p^3 + (3p - 4)^3$; г) $(5a + 4)^3 - a^3$.
- 33.44. а) $(6b + 8)^3 - 125b^3$; в) $8x^3 - (5x - 3)^3$;
 б) $1000p^3 + (3q - 2p)^3$; г) $(3x + 2y)^3 + 729y^3$.
- 33.45. а) $\frac{9}{16}a^2 - 2ab + \frac{16}{9}b^2$; в) $b^8 + a^2b^4 + \frac{1}{4}a^4$;
 б) $\frac{9}{25}a^6b^2 + a^4b^4 + \frac{25}{36}a^2b^6$; г) $0,01x^4 + y^2 - 0,2x^2y$.
- 33.46. Докажите, что:
 а) $51^3 - 26^3$ делится на 25;
 б) $43^3 + 17^3$ делится на 60;
 в) $54^3 - 14^3$ делится на 40;
 г) $38^3 + 37^3$ делится на 75.

Вычислите наиболее рациональным способом:

$$33.47. \text{ а) } \frac{53^2 + 22^2 - 47^2 - 16^2}{65^2 - 2 \cdot 65 \cdot 59 + 59^2}; \quad \text{ в) } \frac{109^2 - 2 \cdot 109 \cdot 61 + 61^2}{79^2 + 73^2 - 49^2 - 55^2};$$

$$\text{ б) } \frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41; \quad \text{ г) } \frac{67^3 + 52^3}{119} - 67 \cdot 52.$$

$$33.48. \text{ а) } \left(\frac{97^3 - 53^3}{44} + 97 \cdot 53 \right); (152,5^2 - 27,5^2);$$

$$\text{ б) } (36,5^2 - 27,5^2); \left(\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33 \right);$$

$$\text{ в) } \left(\frac{79^3 - 41^3}{38} + 79 \cdot 41 \right); (133,5^2 - 58,5^2);$$

$$\text{ г) } (94,5^3 - 30,5^2); \left(\frac{69^3 + 29^3}{98} - 69 \cdot 29 \right).$$

Замените символы * такими одночленами, чтобы выполнялось равенство:

$$33.49. \text{ а) } a^2 + * + b^2 = (a + b)^2;$$

$$\text{ б) } b^2 + 20b + * = (b + 10)^2;$$

$$\text{ в) } * - 56a + 49 = (4a - 7)^2;$$

$$\text{ г) } * - 12c + * = (3c - 2)^2.$$

$$33.50. \text{ а) } b^2 - 20b + * = (* - 10)^2;$$

$$\text{ б) } * - 42pq + 49q^2 = (3p - *)^2;$$

$$\text{ в) } 25a^2 + * + \frac{1}{4}b^2 = \left(* + \frac{1}{2}b \right)^2;$$

$$\text{ г) } 0,01b^2 + * + 100c^2 = (0,1b + *)^2.$$

$$33.51. \text{ а) } * + 56ab + 49b^2 = (4a + *)^2;$$

$$\text{ б) } 225x^2 - * + 64y^2 = (15x - *)^2;$$

$$\text{ в) } * + 96xy + 36y^2 = (8x + *)^2;$$

$$\text{ г) } 100a^2 + * + 49b^2 = (10a + *)^2.$$

$$33.52. \text{ а) } m^2 + 40m + * = (* + 20)^2;$$

$$\text{ б) } * - 70pq + * = (7p - *)^2;$$

$$\text{ в) } * + 42ac + 49c^2 = (* + *)^2;$$

$$\text{ г) } 25z^2 - * + * = (* - 8t)^2.$$

●33.53. Постройте график уравнения:

а) $(x + 2y)^2 - (2x - y)^2 = 0$;

б) $(2x - y + 3)^2 - (x - 2y - 3)^2 = 0$;

в) $(3x + 2y)^2 - (2x + 3y)^2 = 0$;

г) $(3x + 2y - 6)^2 - (x + y - 1)^2 = 0$.

§ 34. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ПРИЕМОВ

Разложите многочлен на множители:

34.1. а) $5x^2 - 5$; б) $18b^2 - 2c^2$; в) $3a^2 - 12$; г) $10x^2 - 10y^2$.

○34.2. а) $x^3 - 81x$;

в) $64a - a^3$;

б) $3y^3 - 300y$;

г) $2b^3 - 288b$.

○34.3. а) $c^3 - 0,25c$;

в) $0,04s - sa^2$;

б) $50m^3 - 2n^2m$;

г) $48p^2q - 75q^3$.

○34.4. а) $\frac{16}{49}p^2q - q^3$;

в) $c^3 - \frac{25}{36}cd^2$;

б) $2\frac{7}{9}a^3b - \frac{ab^2}{4}$;

г) $\frac{mn^5}{9} - 3\frac{1}{16}m^3n$.

34.5. а) $5a^2 + 10ab + 5b^2$;

в) $3m^2 + 3n^2 - 6mn$;

б) $2x^2 + 4x + 2$;

г) $8n^2 - 16n + 8$.

○34.6. а) $-3x^2 + 12x - 12$;

в) $-5p^2 - 10pq - 5q^2$;

б) $-2a^3 + 20a^2b - 50ab^2$;

г) $-36z^3 - 24z^2 - 4z$.

○34.7. а) $a^4 - 16$;

б) $b^8 - c^8$;

в) $y^8 - 1$;

г) $x^4 - z^4$.

○34.8. а) $4m^3 - 4n^3$;

в) $15c^3 + 15d^3$;

б) $13a^3 + 13b^3$;

г) $21s^3 - 21t^3$.

○34.9. а) $6x^3y - 24xy^3$;

в) $0,3y^2 - 2,7y^5$;

б) $0,1x^4y - 2,7xy^4$;

г) $3a^4b^2 + 24ab^5$.

○34.10. а) $(m + 3)^3 - 8$;

в) $(a - 12)^3 - 125$;

б) $(c - 1)^3 + 27$;

г) $(b + 4)^3 + 64$.

○34.11. а) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$;

в) $81 - (c^2 + 6c)^2$;

б) $(y^2 + 2y)^2 - 1$;

г) $16m^2 - (m - n)^2$.

Разложите многочлен на множители:

- 34.12. а) $(a^2 + 2ab + b^2) - c^2$; в) $16 - (x^2 - 2xy + y^2)$;
 б) $1 - m^2 - 2mn - n^2$; г) $4 - p^2 - 2pq - q^2$.
- 34.13. а) $x^2 - 2xc + c^2 - d^2$; в) $c^2 - d^2 + 6c + 9$;
 б) $a^2 + 2a - b^2 + 1$; г) $r^2 - s^2 - 10s - 25$.
- 34.14. а) $x^2 + 2xy - m^2 + y^2$; в) $m^2 - n^2 - 8m + 16$;
 б) $c^2 - a^2 + 2ab - b^2$; г) $9 - p^2 + q^2 - 6q$.
- 34.15. а) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; в) $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$;
 б) $c^2 + 2c - d^2 + 2d$; г) $m^2 - 2n - m - 4n^2$.

Разложите многочлен на множители:

- 34.16. а) $x^2(x - 3) - 2x(x - 3) + x - 3$;
 б) $(1 - a)^2 - 4a(1 - a)^2 + 4a^2(1 - a)^2$.
- 34.17. а) $a^3 + 8b^3 + a^2 - 2ab + 4b^2$; б) $8c^3 - d^3 + 4c^2 + 2cd + d^2$.
- 34.18. а) $x^3 + 8y^3 + x^2 + 4xy + 4y^2$; б) $8p^3 - q^3 + 4p^2 - 4pq + q^2$.
- 34.19. а) $a^3 - a^2 - 2a + 8$; б) $b^3 - 6b^2 - 6b + 1$.
- 34.20. Постройте график уравнения:
 а) $xy^2 = 4x$; в) $yx^2 + 9y = 0$;
 б) $x^2 + 4x - xy - 2y + 4 = 0$; г) $x^2 + xy - 2y - 4 = 0$.

Разложите многочлен на множители, используя метод выделения полного квадрата двучлена:

- 34.21. а) $x^2 - 10x + 24$; в) $b^4 + 4b^2 - 5$;
 б) $y^4 - 14y^2 + 40$; г) $a^2 - 6a + 5$.
- 34.22. а) $4a^2 - 12ab + 5b^2$; в) $25a^2 - 20ab - 12b^2$;
 б) $9c^2 - 24cd + 7d^2$; г) $9m^2 - 30mk + 16k^2$.

Разложите многочлен на множители, представив один из членов многочлена в виде суммы подобных слагаемых:

- 34.23. а) $a^2 + 7a + 10$; в) $b^2 - 3b - 4$;
 б) $x^4 + 7x^2 + 12$; г) $y^4 - 5y^2 + 4$.
- 34.24. а) $x^2 + 5xy + 6y^2$; в) $p^2 - pq - 2q^2$;
 б) $4m^2 - 5mn + n^2$; г) $a^2 + 7ab + 6b^2$.

Решите уравнение:

- 34.25. а) $x^3 - x = 0$; в) $c^3 + c^2 = 0$;
 б) $16y - y^3 = 0$; г) $d^3 + d = 0$.

- 34.26. а) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$; в) $9z + 9 - z^3 - z^2 = 0$;
 б) $y^3 + 2y^2 - 4y - 8 = 0$; г) $p^3 - p^2 - 4p + 4 = 0$.
- 34.27. Постройте график уравнения:
 а) $x^2 - 6xy + 8y^2 = 0$; в) $x^2 + xy - 2y^2 = 0$;
 б) $2x^2 + 5xy + 2y^2 = 0$; г) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$.
- 34.28. Пусть $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 x_2 = 2$. Вычислите:
 а) $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$; в) $x_1^2 + x_2^2$;
 б) $x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$; г) $x_1^3 + x_2^3$.
- 34.29. Пусть $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 x_2 = -3$. Вычислите:
 а) $x_1^4 + x_2^4$; б) $(x_1 - x_2)^2$; в) $x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3$; г) $x_1^2 x_2^4 + x_1^4 x_2^2$.

§ 35. СОКРАЩЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

35.1. Найдите общий делитель для данных одночленов:

- а) $3a^2b^3$, $12a^3b^2$; в) $6x^2y$, $9y^5$;
 б) $15b^{12}c^2$, $25b^3c^4$; г) p^5q^2 , $12p^2q^5$.

Сократите дробь:

- 35.2. а) $\frac{y^4}{y^3}$; б) $\frac{-z^5}{z^8}$; в) $\frac{m^{10}}{-m^{24}}$; г) $\frac{-n^{19}}{-n^4}$.
- 35.3. а) $\frac{z^8 t^4 w^{20}}{zt^3 w}$; б) $\frac{-m^{15} n^4 r^8}{m^{19} n^{21} r^6}$; в) $\frac{a^{12} x^{19} z^5}{-a^{40} x^{31} z^6}$; г) $\frac{-b^{100} y^5 z}{-b^{101} y^3 z^4}$.
- 35.4. а) $\frac{-3a^2 b}{-9a^3}$; б) $\frac{7x^4 y}{-49xy^3}$; в) $\frac{-21cd^4}{14cd^3}$; г) $\frac{30p^2 q^3}{48p^3 q^3}$.
- 35.5. а) $\frac{15a(p-q)}{20b(p-q)}$; в) $\frac{2b(m+n)}{6bc(m+n)}$;
 б) $\frac{8a^2 b^3 (a+b)}{20ab^2 (a+b)}$; г) $\frac{44c^3 d^8 (c-d)}{100c^5 d^4 (c-d)}$.
- 35.6. а) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$; в) $\frac{2(m-n)}{a(n-m)}$;
 б) $\frac{150a^2 b^3 (z-t)}{300ab^3 (t-z)}$; г) $\frac{13x^3 y^4 z^5 (c-d)}{26xy^5 z^7 (d-c)}$.

Сократите дробь:

$$\circ 35.7. \text{ а) } \frac{2a(x+y)}{8a(x+y)(x-y)}; \quad \text{ в) } \frac{3(a-b)(a+b)}{6(a+b)(a-b)};$$

$$\text{ б) } \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}; \quad \text{ г) } \frac{3(n^2+n+1)}{(n-1)(n^2+n+1)}.$$

$$\circ 35.8. \text{ а) } \frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}; \quad \text{ в) } \frac{16(x-y)^2}{48(y-x)^2};$$

$$\text{ б) } \frac{12a^3b^5(p-q)^2}{36a^2b(q-p)^2}; \quad \text{ г) } \frac{49xy(c-d)^2}{7x^2(d-c)^2}.$$

$$\circ 35.9. \text{ а) } \frac{(x+5)^3}{(x+5)^2}; \quad \text{ в) } \frac{(y-8)^{10}}{(y-8)^8};$$

$$\text{ б) } \frac{c(z-15)^3}{8c(z-15)^4}; \quad \text{ г) } \frac{3a(b-2)}{6(b-2)^2}.$$

$$\circ 35.10. \text{ а) } \frac{6a+6b}{7a+7b}; \quad \text{ б) } \frac{xz-3yz}{x^2-3xy}; \quad \text{ в) } \frac{s^2+s}{5s+5}; \quad \text{ г) } \frac{3c^3+3cd^2}{6dc^2+6d^3}$$

$$\circ 35.11. \text{ а) } \frac{8x-8y}{9y-9x}; \quad \text{ б) } \frac{ma+a}{-mc-c}; \quad \text{ в) } \frac{3m-6n}{12n-6m}; \quad \text{ г) } \frac{2p-4q}{16q-8p}.$$

$$\circ 35.12. \text{ а) } \frac{-ax-bx}{ay+by}; \quad \text{ в) } \frac{m^5-3m^2}{2m^7-6m^4};$$

$$\text{ б) } \frac{4x^2y-4x^3}{12x^2y^2-12xy^3}; \quad \text{ г) } \frac{3n^6+2n^4}{15n^8+10n^6}.$$

$$\circ 35.13. \text{ а) } \frac{x^2-xy}{x^2y-xy^2}; \quad \text{ в) } \frac{ma^2-m^2a}{m^2-ma};$$

$$\text{ б) } \frac{pq^4-cq^4}{cq^3-pq^3}; \quad \text{ г) } \frac{2nd^4-4pd^4}{3nd^3-6pd^3}.$$

$$\circ 35.14. \text{ а) } \frac{4a^2-9b^2}{2a-3b}; \quad \text{ б) } \frac{8+3c}{9c^2-64}; \quad \text{ в) } \frac{36-y^2}{6-y}; \quad \text{ г) } \frac{100-49d^2}{7d+10}$$

$$\circ 35.15. \text{ а) } \frac{x^2-9}{3x+9}; \quad \text{ б) } \frac{y^2-144}{12y-y^2}; \quad \text{ в) } \frac{4-d^2}{3d+6}; \quad \text{ г) } \frac{c^2-5c}{25-c^2}.$$

$$\begin{array}{ll}
\circ 35.16. \text{ а) } \frac{15a^4b^2 - 15a^2}{45a^4b + 45a^3}; & \text{в) } \frac{17a^3b + 17a^4c}{51a^3b^2 - 51a^4c^2}; \\
\text{б) } \frac{18a^4b - 72a^2b}{48ab^2 - 24a^2b^2}; & \text{г) } \frac{36a^3b^2c - 36a^3b^3}{48ab^5 - 48ab^3c^2}. \\
\circ 35.17. \text{ а) } \frac{a^3 - 8}{a^2 + 2a + 4}; & \text{в) } \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}; \\
\text{б) } \frac{1 - 5y + 25y^2}{125y^3 + 1}; & \text{г) } \frac{4t^2 + 2t + 1}{8t^3 + 1}. \\
\circ 35.18. \text{ а) } \frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2}; & \text{в) } \frac{(m - n)^2}{m^2 - n^2}; \\
\text{б) } \frac{(d + 2)^2}{7d^2 + 14d}; & \text{г) } \frac{6pq - 18p}{(q - 3)^2}. \\
\circ 35.19. \text{ а) } \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}; & \text{в) } \frac{x - y}{x^2 - 2xy + y^2}; \\
\text{б) } \frac{(p - q)^2}{p^2 - 2pq + q^2}; & \text{г) } \frac{m^2 + 2mn + n^2}{(m + n)^2}. \\
\circ 35.20. \text{ а) } \frac{1 - 2p}{1 - 4p + 4p^2}; & \text{в) } \frac{c^2 - 18c + 81}{c - 9}; \\
\text{б) } \frac{9 - 6x + x^2}{x - 3}; & \text{г) } \frac{5 - 2m}{4m^2 - 20m + 25}. \\
\circ 35.21. \text{ а) } \frac{x^2 - 4x + 4}{3x - 6}; & \text{в) } \frac{4 - 4x}{x^2 - 2x + 1}; \\
\text{б) } \frac{a^2 + 2a + 1}{-a^2 - a}; & \text{г) } \frac{3q^2 + 24q}{q^2 + 16q + 64}. \\
\circ 35.22. \text{ а) } \frac{y^2 - x^2}{x^2 - 2xy + y^2}; & \text{в) } \frac{b^2 - 49}{49 - 14b + b^2}; \\
\text{б) } \frac{16c^2 - 1}{16c^2 - 8c + 1}; & \text{г) } \frac{4n^2 - 4nm + m^2}{4n^2 - m^2}. \\
\circ 35.23. \text{ а) } \frac{3x^2 - 6xy + 3y^2}{6x^2 - 6y^2}; & \text{в) } \frac{40c^2 - 10cd^2}{20c^2 + 20cd + 5d^2}; \\
\text{б) } \frac{m^2 + 6mn + 9n^2}{4m^2 + 12mn}; & \text{г) } \frac{4n^2 - 4n + 1}{2n - 4n^2}.
\end{array}$$

Сократите дробь:

- 35.24. а) $\frac{(a^2 - b^2)^2}{a^2 + 2ab + b^2}$; в) $\frac{p^2 - 2pq + q^2}{(q^2 - p^2)^2}$;
 б) $\frac{7x^2y^2 - 14xy^3 + 7y^4}{x^4 - 2x^2y^2 + y^4}$; г) $\frac{m^4 - 2m^2n^2 + n^4}{6m^3n + 12m^2n^2 + 6n^3m}$.
 ○35.25. а) $\frac{1 - c^2}{1 - c^3}$; б) $\frac{8t^3 + 125}{4t^2 - 25}$; в) $\frac{b^2 - 4}{b^3 - 8}$; г) $\frac{16z^2 - 9}{27 - 64z^3}$.
 ○35.26. а) $\frac{3qp^2 - 27q}{27q - p^3q}$; в) $\frac{8mn^2 - 2m}{8mn^4 + mn}$;
 б) $\frac{x^6 - y^6}{x^3 + y^3}$; г) $\frac{y^6 + y^3}{y^6 - 1}$.

Найдите значение алгебраической дроби, предварительно сократив ее:

- 35.27. а) $\frac{a^2 - 2a}{6 - 3a}$ при $a = -108$; в) $\frac{c^2 + 4c}{12 + 3c}$ при $c = 24$;
 б) $\frac{3b^2 + 9b}{b^2 - 9}$ при $b = 3,1$; г) $\frac{x^2 - 9}{3x^2 + x^3}$ при $x = 3$.
 ○35.28. а) $\frac{x + 6}{x^2 + 12x + 36}$ при $x = 94$;
 б) $\frac{z^2 - 8z + 16}{z^2 - 16}$ при $z = -16$;
 в) $\frac{y^2 - 14y + 49}{y - 7}$ при $y = -4$;
 г) $\frac{t^2 - 100}{t^2 + 20t + 100}$ при $t = -8$.
 ○35.29. а) $\frac{40x^2 - 5xy}{y^2 - 8xy}$ при $x = 2$, $y = 10$;
 б) $\frac{21a^2 - 12ab}{20b^2 - 35ab}$ при $a = 10$, $b = -3$;
 в) $\frac{15c^2 - 10cd}{8d^2 - 12cd}$ при $c = -6$, $d = 4$;
 г) $\frac{25z^2 - 20zt}{16t^2 - 20zt}$ при $z = -3$, $t = -2$.

35.30. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{a^3 + 27}{a^2 - 3a + 9} \text{ при } a = 15; & \text{в) } \frac{b^2 + 2b + 4}{b^3 - 8} \text{ при } b = \frac{1}{3}; \\ \text{б) } \frac{c^3 + 64}{3c^2 - 12c + 48} \text{ при } c = 5; & \text{г) } \frac{d^2 - 5d + 25}{2d^3 + 250} \text{ при } d = -4, 5. \end{array}$$

Сократите дробь:

$$\begin{array}{ll} 35.31. \text{ а) } \frac{270a^{10}b^8c^7}{810a^4b^{12}c}; & \text{в) } \frac{140m^{25}n^{101}r^{64}}{42m^{14}n^{202}r^{61}}; \\ \text{б) } \frac{132x^5y^{10}z^{11}}{144x^6y^5z^{22}}; & \text{г) } \frac{540p^{12}q^{43}t^{54}}{36p^2q^{54}t^{55}}. \\ 35.32. \text{ а) } \frac{32a^4b^5c - 2a^4b^3c^3}{a^3b^4c^3 - 4a^3b^5c^2}; & \text{в) } \frac{6a^2b^4c^4 - 9a^2b^3c^5}{54abc^7 - 24ab^3c^5}; \\ \text{б) } \frac{x^n y^{2n+1} + x^{n-1} y^{2n}}{x^{2n+2} y^n - x^{2n} y^{n+2}}; & \text{г) } \frac{2x^{n+2} y^{n-1} + 3x^{n+1} y^n}{9x^{n-1} y^{n+3} - 4x^{n+1} y^{n+1}}. \\ 35.33. \text{ а) } \frac{32a^4b - 80a^3b^2 + 50a^2b^3}{20ab^3 - 16a^2b^2}; & \text{в) } \frac{18a^4b^2 - 30a^3b^3}{75a^2b^5 - 90a^3b^4 + 27a^4b^3}; \\ \text{б) } \frac{18a^3b^2 + 36ab^4}{96a^2b^5 + 96a^4b^3 + 24a^6b}; & \text{г) } \frac{10a^2b^8 + 60a^4b^6 + 90a^6b^4}{45a^5b + 15a^3b^3}. \\ 35.34. \text{ а) } \frac{4a^3bc^3 - 4a^2b^2c^2 + ab^3c}{26a^3c - 13a^2b}; & \\ \text{б) } \frac{40x^2y^6z^4 + 8x^4y^3z^4}{2x^5y^4z + 20x^3y^7z + 50xy^{10}z}; & \\ \text{в) } \frac{36x^2y - 12xy^3}{27x^4yz - 18x^3y^3z + 3x^2y^5z}; & \\ \text{г) } \frac{6a^4b^4c^{11} + 24a^4b^4c^7d^4 + 24a^4b^4c^3d^8}{6a^5b^3c^5d^4 + 3a^5b^3c^9}. & \\ 35.35. \text{ а) } \frac{18x^5 - 72x^3y^2}{12x^3y^2 - 48x^2y^3 + 48xy^4}; & \\ \text{б) } \frac{72a^2bc^3 - 96a^4bc^2 + 32a^6bc}{16a^5b^2c^3 - 36ab^2c^5}; & \\ \text{в) } \frac{135a^3b^3 + 180a^2b^4 + 60ab^5}{225a^5b - 100a^3b^3}; & \\ \text{г) } \frac{150x^5y^2z - 24x^3y^6z}{40xy^5z^2 - 200x^2y^3z^2 + 250x^3yz^2}. & \end{array}$$

Сократите дробь:

●35.36. а) $\frac{x^{3n} - x^n y^{2n}}{3x^{3n} + 6x^{2n} y^n + 3x^n y^{2n}};$

б) $\frac{a^{3n-1} b^{n+1} - 4a^{n-1} b^{n+1}}{4a^n b^{n-1} - 4a^{2n} b^{n-1} + a^{3n} b^{n-1}};$

в) $\frac{2a^{n-1} - 4a^{2n+1} + 2a^{3n-1}}{4a^{3n} - 4a^n};$

г) $\frac{54xy^3 z^n - 72x^{n+1} y^{2n} z^n + 24x^{2n+1} y^n z^n}{12x^{2n+2} y^{n-1} z^{n+1} - 27x^2 y^{3n-1} z^{n+1}}.$

35.37. а) $\frac{a^2 - ab - bc - c^2}{b^2 - a^2 + 2ac - c^2};$ в) $\frac{ax^2 - 2x^2 - ay^2 + 2y^2}{ax + ay - 2x - 2y};$

б) $\frac{2xy - 3 + 3x - 2y}{9 + 12y + 4y^2};$ г) $\frac{3xy - 2x - 3y + 2}{x^2 - 2x + 1}.$

35.38. а) $\frac{x^2 - y^2}{3x - 2x^2 + 3y - 2xy};$ в) $\frac{a^2 - c^2}{a^2 + ac - ax - cx};$

б) $\frac{x^2 - yz + xz - y^2}{x^2 + yz - xz - y^2};$ г) $\frac{12z^2 - 9rz + 4nz - 3rn}{20z^2 + 3rn - 15rz - 4nz}.$

35.39. Вычислите:

а) $\frac{27^5 + 27^4}{9^8 + 9^7 + 9^6};$ в) $\frac{8^{11} - 8^{10} - 8^9}{4^{15} - 4^{14} - 4^{13}};$

б) $\frac{16^7 - 16^6}{8^{10} - 8^9 + 8^8};$ г) $\frac{9^{23} + 9^{22} + 9^{21}}{27^{14} - 27^{13}}.$

35.40. а) $\frac{47^3 + 33^3}{47^2 - 47 \cdot 33 + 33^2};$ в) $\frac{27^3 - 13^3}{27^2 + 27 \cdot 13 + 13^2};$

б) $\frac{23^3 - 11^3}{23^2 + 23 \cdot 11 + 11^2};$ г) $\frac{87^3 + 43^3}{87^2 - 87 \cdot 43 + 43^2}.$

35.41. а) $\frac{48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 18 + 18^2}{48^2 - 18^2};$ в) $\frac{73^2 - 2 \cdot 73 \cdot 23 + 23^2}{26^2 - 24^2};$

б) $\frac{85^2 - 17^2}{85^2 - 2 \cdot 85 \cdot 17 + 17^2};$ г) $\frac{48^2 - 12^2}{89^2 + 2 \cdot 89 \cdot 31 + 31^2}.$

35.42. Найдите значение алгебраической дроби:

- а) $\frac{pz + qz + p + q}{pt + qt + p + q}$ при $p = 2,5$, $q = 0,5$, $z = 25$, $t = 12$;
- б) $\frac{c - d + c^2 - d^2}{c - d + c^2 - 2cd + d^2}$ при $c = 8$, $d = -2$;
- в) $\frac{m - n + mx - nx}{m - n + my - ny}$ при $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$, $m = 1256$, $n = 4516$;
- г) $\frac{a + b + a^2 - b^2}{a - b + a^2 - 2ab + b^2}$ при $a = 3$, $b = 5$.

§ 36. ТОЖДЕСТВА

Выясните, являются ли данные равенства тождествами:

- 36.1. а) $a + b = b + a$; в) $ab = ba$;
 б) $(a + b) + c = a + (b + c)$; г) $(ab)c = a(bc)$.
- 36.2. а) $a(b + c) = ab + ac$; в) $a \cdot 1 = a$;
 б) $a + 0 = a$; г) $a + (-a) = 0$.
- 36.3. а) $a \cdot (-b) = -ab$; в) $(-a)(-b) = ab$;
 б) $a - b = a + (-b)$; г) $a \cdot 0 = 0$.

Какие свойства действий позволяют утверждать, что тождественно равны выражения:

- 36.4. а) $a + 7b$ и $7b + a$;
 б) $(x + 4) + y$ и $x + (4 + y)$;
 в) $m \cdot 7n$ и $7nm$;
 г) $5(c + d) + 3$ и $5c + 5d + 3$?
- 36.5. а) $2c \cdot 4$ и $8c$; в) $4t + 8sr$ и $8rs + 4t$;
 б) $(p - p)q$ и 0 ; г) $(a + b) \cdot 2$ и $2a + 2b$?

Докажите тождество:

- 36.6. а) $x - y = -(y - x)$; в) $2a - 3b = -(3b - 2a)$;
 б) $(m - n)^2 = (n - m)^2$; г) $(3c - 4d)^2 = (4d - 3c)^2$.
- 36.7. а) $10a - (-(5a + 20)) = 5(3a + 4)$;
 б) $-(-7x) - (6 + 5x) = 2(x - 3)$;
 в) $12y - (25 - (6y - 11)) = 18(y - 2)$;
 г) $36 - (-(9c - 15)) = 3(3c + 7)$.

Докажите тождество:

- 36.8. а) $a^2 + 7a + 10 = (a + 2)(a + 5)$;
б) $(b - 8)(b + 3) = b^2 - 5b - 24$;
в) $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$;
г) $(c - 4)(c + 7) = c^2 + 3c - 28$.

- 36.9. а) $(a - 4)(a + 2) + 4 = (a + 1)(a - 3) - 1$;
б) $16 - (x + 3)(x + 2) = 4 - (6 + x)(x - 1)$;
в) $(y - 3)(y + 7) - 13 = (y + 8)(y - 4) - 2$;
г) $(z - 11)(z + 10) + 10 = (z - 5)(z + 4) - 80$.

- 36.10. а) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$;
б) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$;
в) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$;
г) $(a + b)^2 - 2b(a + b) = a^2 - b^2$.

36.11. Докажите, что выражение $A + B - C$ тождественно равно выражению $C - B - A$, если $A = 2x - 1$, $B = 3x + 1$ и $C = 5x$.

36.12. Установите, является ли данное равенство тождеством, и если да, то укажите допустимые значения переменных:

- а) $\frac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 2x} = x^2 + 2x$;
б) $\frac{3x^5 - 24x^2}{6x^5 - 12x^4} = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x^2}$;
в) $\frac{2a^3 - 12a^2 + 18a}{4a^4 - 36a^2} = \frac{a - 3}{2a^2 + 6a}$;
г) $\frac{a^6b^2 - 27a^3b^2}{2a^3b^3 - 6a^2b^3} = \frac{a^3 + 3a^2 + 9a}{2b}$.

36.13. Докажите тождество:

- а) $\frac{27 - m^3}{m^2 + 3m + 9} = \frac{9 - m^2}{3 + m}$;
б) $\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{x^3 - 8y^3} = -\frac{2y - x}{x^2 - 4x + 4y^2}$;
в) $\frac{5 - p}{p^2 - 25} = -\frac{p^2 - 5p + 25}{p^3 + 125}$;
г) $\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{3a + b} = \frac{27a^3 + b^3}{9a^2 - 3ab + b^2}$.

36.14. Докажите тождество:

- а) $(x + y)(x - y) + (y - a)(y - a) = (x - a)(x + a)$;
 б) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$;
 в) $(a - b)(a + b) - (a - c)(a + c) - (c - b)(c + b) = 0$;
 г) $(m - a)(m - b) = m^2 - (a + b)m + ab$.

36.15. Докажите, что если $a + b = 9$,

то $(a + 1)(b + 1) - (a - 1)(b - 1) = 18$.

36.16. Докажите, что выражение

$(b + c - 2a)(c - b) + (c + a - 2b)(a - c) - (a + b - 2c)(a - b)$
 тождественно равно нулю.

Докажите тождество:

- 36.17. а) $(2a - b)(2a + b) + (b - c)(b + c) + (c - 2a)(c + 2a) = 0$;
 б) $(3x + y)^2 - (3x - y)^2 = (3xy + 1)^2 - (3xy - 1)^2$;
 в) $(x - 3y)(x + 3y) + (3y - c)(3y + c) + (c - x)(c + x) = 0$;
 г) $(a - b)(a + b)((a - b)^2 + (a + b)^2) = 2(a^4 - b^4)$.

36.18. а) $(a - 1)^3 - 4(a - 1) = (a - 1)(a + 1)(a - 3)$;

б) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2 = (x - 1)^2(x + 1)^2$;

в) $(a + 1)^3 - (a + 1) = a(a + 1)(a + 2)$;

г) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 =$
 $= (a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(b + c - a)$.

36.19. а) $\frac{x^3 + y^3}{x + y} - xy = (x - y)^2$;

б) $\frac{a^3 - 8}{a - 2} + 2a = (a + 2)^2$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 1

1. Разложите многочлен на множители:

$$16ax^2 - 4a^2x.$$

2. Разложите многочлен на множители:

$$9x^2 - 10a^3 + 6ax - 15ax^2.$$

3. Найдите значение выражения $6a^2 + 3ab^2 - 4ab - 2b^3$, если

$$a = -1\frac{1}{8}, b = -1\frac{1}{2}.$$

4. Разложите многочлен на множители:

а) $0,04x^2 - 9y^2$;

б) $4a^2b^6 + 20ab^3c + 25c^2$;

в) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2$.

5. Разложите многочлен на множители:

$$(2a - b)^3 - (2a + b)^3.$$

6. Вычислите наиболее рациональным способом: $112^2 - 62^2$.

7. Докажите, что значение выражения $81^3 + 15^3$ кратно 96.

8. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 - y^2}{y^3 - x^3}$; б) $\frac{2a^4b^3 + 8a^3b^4 + 8a^2b^5}{5a^2b^2 + 10ab^3}$.

9. Докажите тождество

$$a(b + c)^2 + b(c + a)^2 + c(a + b)^2 - 4abc = (a + b)(b + c)(c + a).$$

Вариант 2

1. Разложите многочлен на множители:

$$15m^2n - 5n^2m.$$

2. Разложите многочлен на множители:

$$20a^3 - 6b^3 - 24ab + 5a^2b.$$

3. Найдите значение выражения $2x^2 - 4xy^2 + 3xy - 6y^3$, если

$$x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{6}.$$

4. Разложите многочлен на множители:

а) $16x^4 - 0,09a^2$;

б) $4a^5b^2 - 20a^3bc^2 + 25c^4$;

в) $\frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{6}ab + \frac{1}{9}b^2$.

5. Разложите многочлен на множители:

$$(x - 2y)^3 + (x + 2y)^3.$$

6. Вычислите наиболее рациональным способом: $128^2 - 78^2$.

7. Докажите, что значение выражения $108^3 - 7^3$ кратно 101.

8. Сократите дробь:

а) $\frac{a^3 + b^3}{b^2 - a^2}$; б) $\frac{3a^3b^2 - 18a^2b^3 + 27ab^4}{6a^3b - 18a^2b^2}$.

9. Докажите тождество

$$\begin{aligned} (b - c)(b + c)^2 + (c - a)(c + a)^2 + (a - b)(a + b)^2 = \\ = -(a - b)(b - c)(c - a). \end{aligned}$$

§ 37. ФУНКЦИЯ $y = x^2$ И ЕЕ ГРАФИК

Найдите значение функции $y = x^2$, соответствующее заданному значению аргумента:

37.1. а) 1; б) 3; в) 2; г) 0.

37.2. а) $\frac{1}{2}$; б) $-2\frac{1}{3}$; в) $-3\frac{1}{4}$; г) 1,6.

37.3. Найдите значения аргумента, которым соответствует заданное значение функции $y = x^2$:

а) 4; б) 6,25; в) 0; г) 2,25.

Найдите значение функции $y = -x^2$, соответствующее заданному значению аргумента:

37.4. а) -3; б) 0; в) -1; г) 4.

37.5. а) $-\frac{3}{2}$; б) $3\frac{1}{4}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) 2,5.

37.6. Найдите значение аргумента, которому соответствует заданное значение функции $y = -x^2$:

а) -9; б) $-\frac{1}{4}$; в) 0; г) -1.

Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = x^2$ заданная точка:

37.7. а) $A(2; 4)$, б) $B(3; 6)$, в) $C(4; 8)$, г) $D(-3; 9)$.

37.8. а) $R(0,5; 0,25)$; б) $S(1,2; 2,4)$;
в) $E(1,5; 3)$; г) $F(-2,5; 6,25)$.

37.9. а) $K\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, б) $P\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{9}\right)$, в) $L\left(-\frac{5}{7}; \frac{25}{49}\right)$, г) $M\left(-\frac{11}{12}; -\frac{121}{144}\right)$.

Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = -x^2$ заданная точка:

37.10. а) $A(-1; -1)$; б) $B(-2; 4)$; в) $C(4; -16)$; г) $D(-3; -6)$.

37.11. а) $K\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$; в) $E(1,5; -3)$;
б) $N\left(-\frac{7}{13}; -\frac{49}{169}\right)$; г) $M(1,6; 2,56)$.

37.12. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика найдите:

- а) значения функции при $x = -2$, $x = 2$;
- б) значения аргумента при $y = 4$;
- в) значения x , если $y < 4$, $y > 4$;
- г) значения y , если $0 < x < 2$.

37.13. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика найдите:

- а) значения функции при $x = -1$, $x = 1$;
- б) значения аргумента при $y = -1$;
- в) значения x , если $y < -1$, $y > -1$;
- г) значения y , если $-1 < x < 0$.

Используя выделенную часть графика функции $y = x^2$, найдите наибольшее и наименьшее значения функции и ответьте на вопрос, какому промежутку оси абсцисс соответствует выделенная часть:

37.14. а) На рис. 37; б) на рис. 38; в) на рис. 39; г) на рис. 40.

37.15. а) На рис. 41; б) на рис. 42; в) на рис. 43; г) на рис. 44.

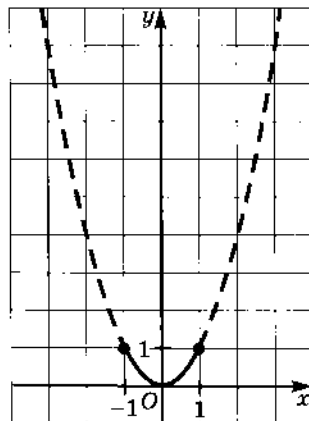


Рис. 37

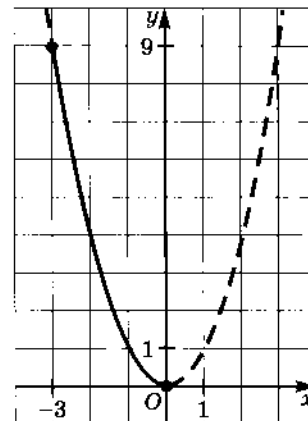


Рис. 38

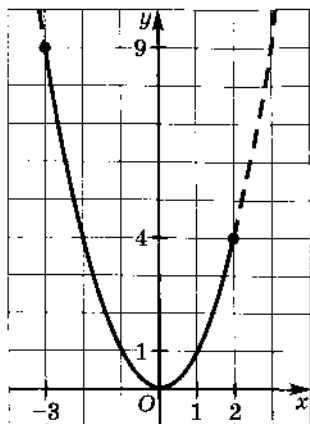


Рис. 39

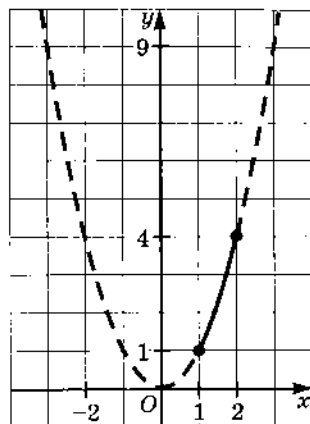


Рис. 40

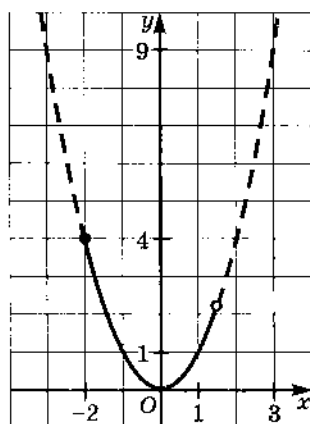


Рис. 41

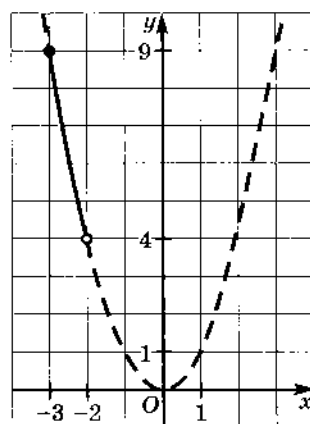


Рис. 42

Используя выделенную часть графика функции $y = -x^2$, найдите наибольшее и наименьшее значения функции и укажите, какому промежутку оси абсцисс соответствует выделенная часть:

- 37.16. а) На рис. 45; в) на рис. 47;
 б) на рис. 46; г) на рис. 48.
- 37.17. а) На рис. 49; в) на рис. 51;
 б) на рис. 50; г) на рис. 52.

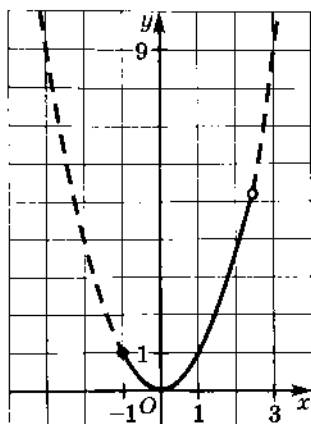


Рис. 43

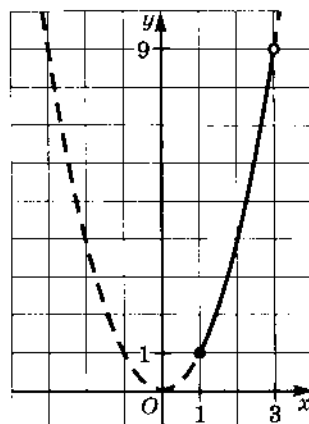


Рис. 44

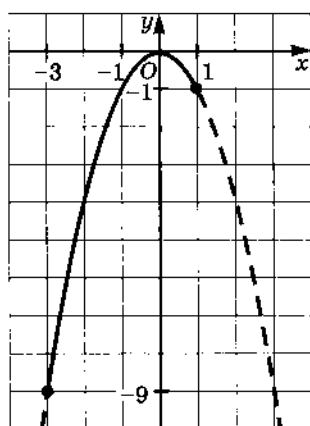


Рис. 45

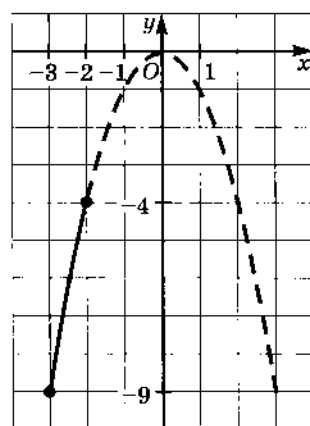


Рис. 46

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2$ на заданном отрезке:

37.18. а) $[1; 2]$; б) $[-2; -1]$; в) $[0; 1]$; г) $[-3; 0]$.

37.19. а) $[-1; 1]$; б) $[-2; 3]$; в) $[-3; 2]$; г) $[-1; 3]$.

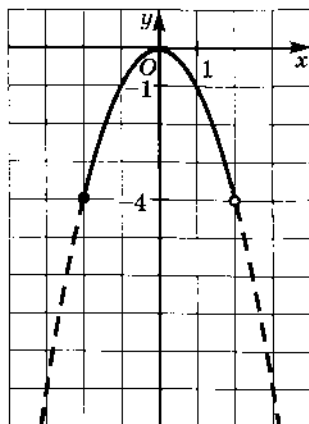


Рис. 47

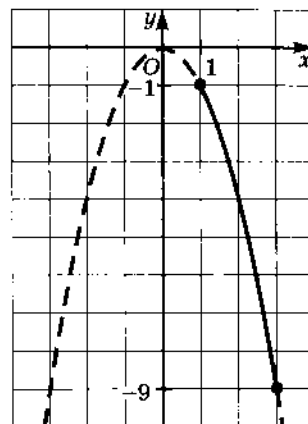


Рис. 48

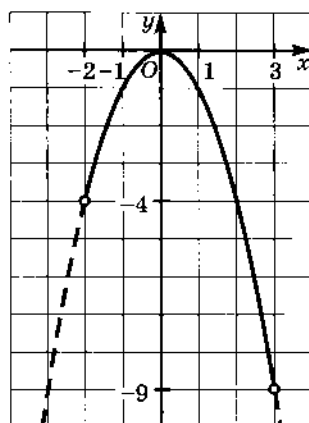


Рис. 49

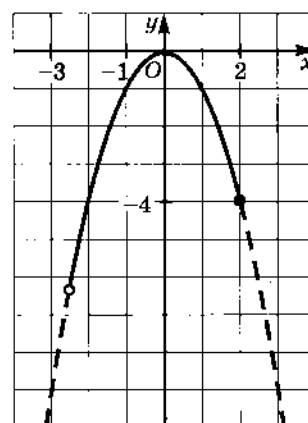


Рис. 50

37.20. Не выполняя построения графика, найдите наименьшее значение функции $y = x^2$ на заданном отрезке:

а) $[-1,5; 0,3]$; в) $\left[-\frac{32}{101}; \frac{7}{19}\right]$;

б) $\left[-\frac{8}{15}; 1,257\right]$; г) $\left[-\frac{45}{49}; \frac{23}{31}\right]$.

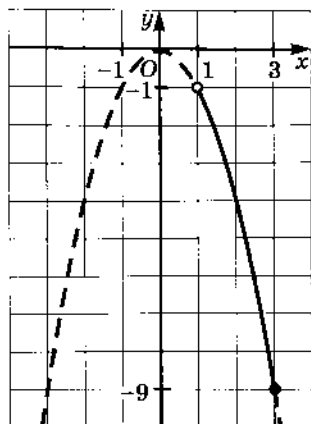


Рис. 51

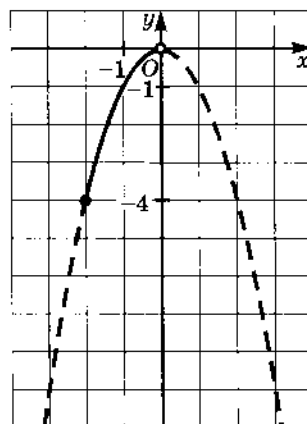


Рис. 52

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2$ на заданном отрезке:

37.21. а) $[-1; 0]$; б) $[0; 2]$; в) $[-2; 0]$; г) $[2; 3]$.

37.22. а) $[-2; 2]$; б) $[-2; 1]$; в) $[-3; 2]$; г) $[-1; 3]$.

37.23. Не выполняя построения графика, найдите наибольшее значение функции $y = -x^2$ на заданном отрезке:

а) $[-2,3; 1,62]$; б) $\left[-\frac{10}{11}; 41,1\right]$;

в) $\left[-\frac{13}{27}; \frac{29}{51}\right]$; г) $\left[-3,4; \frac{1}{16}\right]$.

Найдите наименьшее значение функции $y = x^2$ на заданном луче:

37.24. а) $[-3; +\infty)$; б) $(-\infty; -2]$; в) $(-\infty; 1]$; г) $[1; +\infty)$.

37.25. Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2$ на заданном луче:

а) $(-\infty; 0]$; б) $[-\infty; 3]$; в) $[2; +\infty)$; г) $(-\infty; -3]$.

- 37.26. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика найдите:
- значения функции при значении аргумента, равном $-4; 0; 2$;
 - значения аргумента, если значение функции равно $1; 0; 9$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$;
 - значения аргумента, при которых $1 < y < 9$.
- 37.27. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика найдите:
- значения функции при значении аргумента, равном $-3; 0; 1$;
 - значения аргумента, если значение функции равно $-16; -4; 0$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-3; 2]$;
 - значения аргумента, при которых $-4 \leq y \leq -1$.
- Найдите точки пересечения параболы и прямой:
- 37.28. а) $y = x^2$ и $y = 1$; в) $y = x^2$ и $y = 4$;
 б) $y = -x^2$ и $y = -9$; г) $y = -x^2$ и $y = 0$.
- 37.29. а) $y = x^2$ и $y = 2x$; в) $y = x^2$ и $y = -x$;
 б) $y = -x^2$ и $y = -3x$; г) $y = -x^2$ и $y = x$.
- 37.30. а) $y = x^2$ и $y = x + 2$; в) $y = x^2$ и $y = -x + 6$;
 б) $y = -x^2$ и $y = -x - 6$; г) $y = -x^2$ и $y = x - 2$.
- 37.31. а) $y = x^2$ и $y = -2x + 3$; в) $y = -x^2$ и $y = 2x - 3$;
 б) $y = -x^2$ и $y = x + 5$; г) $y = x^2$ и $y = x - 3$.

Постройте график функции $y = x^2$ на заданном промежутке:

- 37.32. а) $(1; 3)$; б) $[-2; 2]$; в) $(0; 2)$; г) $[-2; -1]$.
 37.33. а) $(-\infty; 1]$; б) $[2; +\infty)$; в) $(-1; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)$.
 37.34. а) $[0; 1)$; б) $(-1; 3]$; в) $(0; 3]$; г) $[1; 2)$.

Постройте график функции $y = -x^2$ на заданном промежутке:

- 37.35. а) $[-3; 0]$; б) $[0; +\infty)$; в) $(1; 3)$; г) $(-\infty; -1)$.
 37.36. а) $(-2; 1)$; б) $(-2; 3]$; в) $[-1; +\infty)$; г) $[-3; 1]$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2$ на заданном промежутке:

37.37. а) $[-2; 0,5]$; б) $[-1,5; 0]$; в) $[-2,5; 1,5]$; г) $[-3; 2,3]$.

37.38. а) $[0,5; +\infty)$; в) $[-0,3; +\infty)$;

б) $\left(-\infty; \frac{6}{7}\right]$; г) $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2$ на заданном промежутке:

37.39. а) $\left[-2; \frac{3}{7}\right]$; б) $(-0,7; 3]$; в) $[-1,5; 0]$; г) $\left[-1; \frac{1}{4}\right)$.

37.40. а) $[-2,5; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{2}{9}\right]$; в) $[1,2; +\infty)$; г) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$.

37.41. Пусть A — наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-2; 1]$, а B — наибольшее значение той же функции на отрезке $[-3; -1]$. Что больше: A или B ? Сделайте графическую иллюстрацию.

37.42. Пусть C — наибольшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[1; 2]$, а D — наименьшее значение функции $y = 2x + 3$ на отрезке $[-1; 1]$. Что больше: C или D ? Сделайте графическую иллюстрацию.

37.43. Пусть M — наибольшее значение функции $y = -x^2$ на отрезке $[-1; 3]$, а N — наименьшее значение функции $y = x$ на том же отрезке. Что больше: M или N ? Сделайте графическую иллюстрацию.

37.44. Пусть L — наименьшее значение функции $y = x^3$ на отрезке $[-2; -1]$, а N — наименьшее значение той же функции на отрезке $[1; 2]$. Что больше: L или N ? Сделайте графическую иллюстрацию.

37.45. Пусть P — наименьшее значение функции $y = x^2$ на луче $(-\infty; 3]$, а Q — наименьшее значение той же функции на луче $(-\infty; 2]$. Что больше: P или Q ? Сделайте графическую иллюстрацию.

37.46. Пусть A — наибольшее значение функции $y = x^2$ на полуинтервале $(-1; 2]$, а B — наименьшее значение функции $y = x + 2$ на луче $[3; +\infty)$. Что больше: A или B ? Сделайте графическую иллюстрацию.

- 37.47. Пусть A — наибольшее значение функции $y = x^2$ на полуинтервале $[-3; 2)$, а B — наименьшее значение функции $y = 3x$ на луче $[-1; +\infty)$. Что больше: A или B ?
- 37.48. Пусть R — наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-4; 4]$, а S — наибольшее значение функции $y = -x^2$ на отрезке $[-17; 10]$. Не выполняя построения, сравните R и S .
- 37.49. Найдите точки пересечения параболы и прямой:
 а) $y = x^2$ и $y = -2x - 1$; в) $y = x^2$ и $y = 4x - 4$;
 б) $y = -x^2$ и $y = 2x + 1$; г) $y = -x^2$ и $y = -4x + 4$.
- 37.50. С помощью графика функции $y = x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:
 а) $x^2 < 1$; б) $x^2 \geq 1$; в) $x^2 \leq 9$; г) $x^2 > 9$.
- 37.51. С помощью графика функции $y = -x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:
 а) $-x^2 \leq -4$; б) $-x^2 > -9$; в) $-x^2 \geq -4$; г) $-x^2 < -9$.
- 37.52. С помощью графика функции $y = x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:
 а) $1 < x^2 < 4$; б) $4 \leq x^2 \leq 9$.

Постройте график функции:

- 37.53. а) $y = \frac{2x^2}{x}$; б) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$; в) $y = -\frac{x^2}{x}$; г) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.
- 37.54. а) $y = \frac{2x^2 - 8x + 4}{x - 2}$; б) $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 9x}{x^2 + 3x}$.
- 37.55. а) $y = \frac{x^3 + 3x^2}{x + 3}$; б) $y = \frac{-x^3 + x^2}{x - 1}$.
- 37.56. а) $y = \frac{-x^4 + x^2}{(x - 1)(x + 1)}$; б) $y = \frac{x^4 - 4x^2}{(x - 2)(x + 2)}$.

§ 38. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

- 38.1. В одной системе координат постройте графики заданных функций и найдите координаты точек их пересечения:
 а) $y = x + 3$ и $y = 2x + 1$; в) $y = -x$ и $y = 3x - 4$;
 б) $y = x^2$ и $y = 9$; г) $y = -x^2$ и $y = -2x$.

Решите графически уравнение:

○38.2. а) $x^2 = 1$; б) $x^2 = 4$; в) $x^2 = 0$; г) $x^2 = -1$.

○38.3. а) $x^2 = 2x$; в) $-x^2 = 2x$;
б) $x^2 = -3x$; г) $-x^2 = 3x$.

○38.4. а) $x^2 = x + 6$; в) $x^2 = x + 2$;
б) $-x^2 = x - 2$; г) $-x^2 = x - 6$.

○38.5. а) $x^2 = 2x + 3$; в) $x^2 = -2x + 3$;
б) $-x^2 = -3x + 2$; г) $-x^2 = 2x - 3$.

38.6. а) На графике функции $y = -x + 4$ найдите точку, абсцисса которой равна ординате.

б) На графике функции $y = x^2$ найдите точку, абсцисса которой равна ординате.

38.7. а) На графике функции $y = 2x - 4$ найдите точку, ордината которой на 8 меньше абсциссы.

б) На графике функции $y = x^2$ найдите точку, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.

●38.8. а) На графике функции $y = -x^2$ найдите точку, ордината которой на 6 меньше абсциссы.

б) На графике функции $y = -x^2$ найдите точку, абсцисса которой на 2 больше ординаты.

Решите графически уравнение:

38.9. а) $x^2 + 2x - 3 = 0$; в) $x^2 + 4x + 3 = 0$;
б) $x^2 - 4x = -3$; г) $x^2 - x = 6$.

38.10. а) $x^2 + x + 2 = 0$; в) $x^2 - x + 6 = 0$;
б) $x^2 - x + 4 = 0$; г) $x^2 + x + 8 = 0$.

38.11. а) $x^2 - 2x + 1 = 0$; в) $x^2 + 2x + 1 = 0$;
б) $x^2 + 4x + 4 = 0$; г) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Определите, сколько корней имеет уравнение:

38.12. а) $x^2 = \frac{3}{2}x$; в) $x^2 = -\frac{x+1}{4}$;
б) $x^2 = -x - 3$; г) $x^2 = -3x + 1$.

38.13. а) $-x^2 = 4 - x$; в) $-x^2 = \frac{4}{3}x$;
б) $\frac{2x-1}{2} = -x^2$; г) $4x + 2 = -x^2$.

Решите графически уравнение:

- 38.14. а) $\frac{2x^4}{x^3} = -x^2$; в) $x^2 = \frac{3x^8}{x^7}$;
 б) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x^2$; г) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = -x^2$.
 ●38.15. а) $\frac{x^3 - x^2}{x - 1} = -2x + 3$; в) $\frac{x^3 - 3x^2}{x - 3} = x + 6$;
 б) $-\frac{x^3 + 2x^2}{x + 2} = x - 2$; г) $-\frac{4x^2 + x^3}{x + 4} = 2x - 8$.
 ●38.16. При каких значениях p данное уравнение имеет один корень:
 а) $\frac{2x^3 + 6x^2}{2x + 6} = p$; в) $\frac{9x^2 - 3x^3}{3x - 9} = p$;
 б) $\frac{x^4 - 4x^3}{x^2 - 4x} = p$; г) $\frac{x^4 - 2x^3}{x^2 - 2x} = p$?

§ 39. ЧТО ОЗНАЧАЕТ В МАТЕМАТИКЕ ЗАПИСЬ $y = f(x)$

○39.1. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 8x$. Найдите:

- а) $f(0)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$;
 б) $f(a)$, $f(-a)$, $f(2a)$, $f\left(-\frac{1}{4}a\right)$;
 в) $f(b + 2)$, $f(1 - b)$, $f(3b - 8)$, $f\left(7 - \frac{b}{8}\right)$;
 г) $f(c) + 3$, $f(-3c) - 1$, $-f(c - 3)$, $-f(c) + 1$.

○39.2. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 5x + 6$. Найдите:

- а) $f\left(\frac{1}{4}\right)$, $f(-3)$, $f(0,5)$, $f\left(6\frac{2}{5}\right)$;
 б) $f(p)$, $f(-2p)$, $f\left(\frac{3}{5}p\right)$, $-f(5p)$;
 в) $f(a + 1)$, $f(5 - a)$, $f(a) - 6$, $f\left(\frac{a}{10}\right) - 3$;
 г) $f(a - 3) + 1$, $f(a + 4) - 2$, $f(1 - 2a)$, $-f\left(\frac{a + 6}{5}\right)$.

○39.3. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -3x + 2$. Найдите:

- а) $f(0)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$, $f(-3)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$;
- б) $f(-x)$, $-f(x)$, $f(2x)$, $f(x - 2)$;
- в) $f(x^2)$, $(f(x))^2$, $f(x - 1)^2$, $(f(-x^2) - 1)^2$;
- г) $f(-x^3)$, $f(2x^3)$, $f(2x)^3$, $(f(2x))^3$.

○39.4. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

- а) $f(-6)$, $-f(6)$, $f(0)$, $f\left(4\frac{1}{3}\right)$;
- б) $f(3a)$, $f\left(-\frac{1}{3}a\right)$, $-f(a)$, $2f(a)$;
- в) $f(x + 2)$, $f(5 - x)$, $f(2x + 3)$, $f(3x - 1)$;
- г) $f(x) - 1$, $f(-2x) + 1$, $2f(x) + 3$, $-f(-x) + 3$.

○39.5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите:

- а) $f(-10)$, $f(10) - 1$, $f(8) + 1$, $f(6) + f(8)$;
- б) $f(-a)$, $-f(a)$, $f(5a)$, $-5f(a)$;
- в) $f(b - 1)$, $f(b^2 - 1)$, $f(b - 1)^2$, $f(b^2) - 1$;
- г) $f(-x^3)$, $f(2x^3)$, $f(2x)^3$, $-2f(x^3)$.

○39.6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

- а) $f(-5)$, $f(7) + 1$, $f(5) - 4$, $f(7) - f(5)$;
- б) $f(2x + 5)$, $f(2x) + 5$, $2f(x) + 5$, $2f(x + 5)$;
- в) $f(x^2)$, $f(x^2 - 2)$, $f(x^2) - 2$, $f(x - 2)^2$;
- г) $f(-x^3)$, $3f(x^3)$, $f(3x^3)$, $(-f(3x))^3$.

○39.7. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 1,6x + 3,5$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x) = -4,5$; в) $f(x) = 0,3$;
- б) $f(x - 1) = 0,6x$; г) $f(x + 2) = 8,3x$?

○39.8. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x) = 144$; в) $f(x) = 100$;
- б) $f(x) = -10x$; г) $f(x) = 8x$?

○39.9. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x - 2) = 64$; в) $f(x + 1) = 81$;
- б) $f(2x) = 49$; г) $f(-3x) = 121$?

○39.10. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x - 9) = f(x + 5)$; в) $f(x - 1) = f(x - 7)$;
б) $f(2x - 7) = f(2x + 3)$; г) $f(1 + 3x) = f(3x + 5)$?

○39.11. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{если } x < -3; \\ -2x + 5, & \text{если } x \geq -3. \end{cases}$$

Вычислите:

- а) $f(1)$; б) $f(-3)$; в) $f(-4)$; г) $f(0)$.

○39.12. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 5,7, & \text{если } x < -1,3; \\ -5, & \text{если } x \geq -1,3. \end{cases}$$

Вычислите:

- а) $f(-5)$; б) $f(-20)$; в) $f(0)$; г) $f(1,273)$.

○39.13. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < -4,5; \\ -4x + 7, & \text{если } x \geq -4,5. \end{cases}$$

Вычислите:

- а) $f(-5)$; б) $f(-4)$; в) $f(3)$; г) $f(-4,5)$.

Постройте график функции:

○39.14. а) $y = \begin{cases} 1, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x + 3, & \text{если } -1 < x \leq 1; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} 0, & \text{если } -5 \leq x \leq -2; \\ x + 2, & \text{если } -2 < x \leq 2. \end{cases}$

○39.15. а) $y = \begin{cases} -x + 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ x - 1, & \text{если } 1 < x \leq 4; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ -x + 3, & \text{если } 0 < x \leq 4. \end{cases}$

○39.16. а) $y = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 \leq x < -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 3; \\ 9, & \text{если } 3 < x \leq 5. \end{cases}$

Постройте график функции:

○39.17. а) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ x, & \text{если } 0 < x \leq 4; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} -x, & \text{если } -4 \leq x < 0; \\ -x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$

○39.18. а) $y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ 2 - 2x, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

○39.19. а) $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ 2x - 8, & \text{если } 2 < x \leq 5; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -3 \leq x < 2; \\ 6 - x, & \text{если } 2 \leq x \leq 7. \end{cases}$

○39.20. Для функций из упражнения 39.17 а) найдите:

- а) значения функции при значении аргумента, равном $-1; 0; 2; 4$;
- б) значения аргумента, если значение функции равно $0; 1; 4$;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$;
- г) промежутки возрастания и убывания функции.

○39.21. Для функций из упражнения 39.18 а) найдите:

- а) область определения;
- б) наименьшее и наибольшее значения;
- в) промежутки убывания и возрастания;
- г) точки разрыва.

○39.22. Для функций из упражнения 39.19 а) найдите:

- а) область определения;
- б) множество значений функции;
- в) промежутки убывания и возрастания;
- г) значения аргумента, при которых значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля.

39.23. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

а) $f(-12) - 44$, $f(9) - 1$, $f(7) - f(3)$, $f(3) + f(4)$;

б) $f(a \div b)$, $f(a) + b$, $f(b) - a$, $f(a) + f(b)$;

в) $f(ab)$, $af(b)$, $-bf(a)$, $f\left(\frac{a}{b}\right)$;

г) $f(x - 1) + f(x \div 1)$, $f(x + 2) - f(x)$, $\frac{f(x) - 1}{f(x - 1)}$, $\frac{f(x + 2)}{f(x) - 4}$.

39.24. Дана функция $y = f(x)$, где

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -4 \leq x < 1; \\ 2x, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

Выясните, корректно ли предложенное задание, и если да, то выполните его:

а) вычислите $f(-4)$; в) вычислите $f(-4,5)$;

б) вычислите $f(1)$; г) вычислите $f(4,9)$.

39.25. Можно ли считать, что $y = f(x)$ — функция, где

а) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ 2x, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$

б) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < 0; \\ x^2, & \text{если } x \geq -1? \end{cases}$

39.26. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3,4, & \text{если } x < -2; \\ -2x + 5, & \text{если } -2 \leq x \leq 3,5; \\ x^2, & \text{если } x > 3,5. \end{cases}$$

Вычислите:

а) $f(-3)$; б) $f(-2)$; в) $f(3)$; г) $f(4)$.

39.27. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{если } -4 < x < -2; \\ x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ 0,5x + 3, & \text{если } 2 < x < 4. \end{cases}$$

а) Вычислите $f(-4)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f(4)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) С помощью графика найдите значения аргумента, если $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = 5$, $f(x) = 6$.

39.28. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ x + 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

а) Вычислите $f(0)$, $f(-2)$, $f(2)$, $f(3)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) С помощью графика найдите значения аргумента, если $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = 4$, $f(x) = -1$.

Постройте график функции:

$$39.29. \text{ а) } y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq -1; \\ x, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ -x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2; \end{cases}$$

$$\text{ б) } y = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x, & \text{если } -1 < x \leq 0; \\ -x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$39.30. \text{ а) } y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } -4 \leq x \leq -2; \\ 0, & \text{если } -2 < x \leq 0; \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3; \end{cases}$$

$$\text{ б) } y = \begin{cases} \frac{x}{2} + 2, & \text{если } -6 \leq x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 1; \\ 3 - 2x, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

Используя заданный график функции, установите:

а) какова область определения функции $y = f(x)$;

б) чему равны наименьшее и наибольшее значения функции;

в) является ли функция непрерывной; если нет, то в каких точках она претерпевает разрыв;

г) при каких значениях аргумента значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля;

д) где функция возрастает, где убывает.

Ответьте на эти вопросы для функции, график которой изображен:

39.31. а) На рис. 53; в) на рис. 55;

б) на рис. 54; г) на рис. 56.

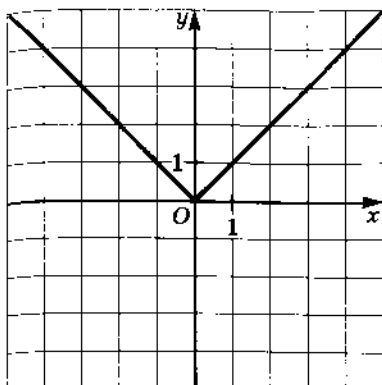


Рис. 53

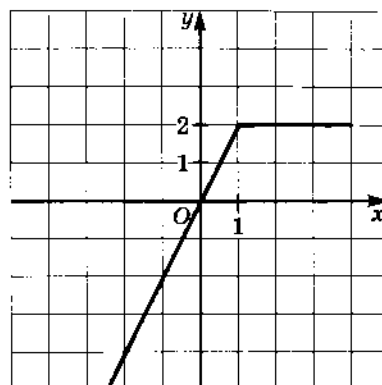


Рис. 54

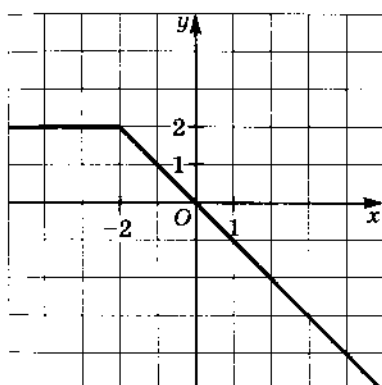


Рис. 55

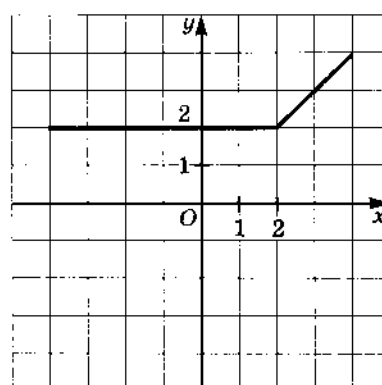


Рис. 56

39.32. а) На рис. 57; в) на рис. 59;
 б) на рис. 58; г) на рис. 60.

39.33. а) На рис. 61; в) на рис. 63;
 б) на рис. 62; г) на рис. 64.

39.34. а) На рис. 65; в) на рис. 67;
 б) на рис. 66; г) на рис. 68.

●39.35. Задайте аналитически кусочную функцию по ее графику, представленному:

а) на рис. 53; в) на рис. 55;
 б) на рис. 54; г) на рис. 56.

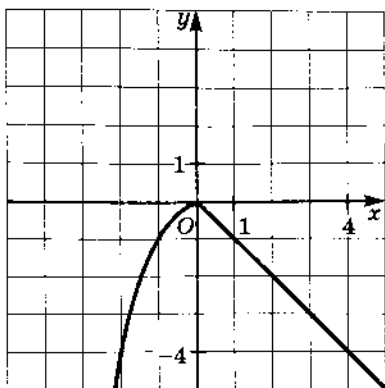


Рис. 57

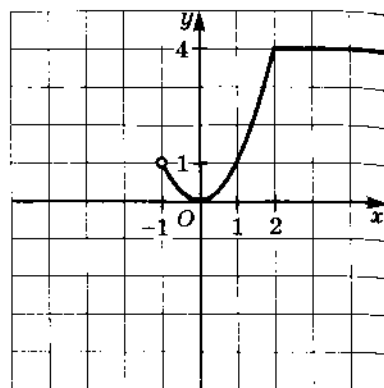


Рис. 58

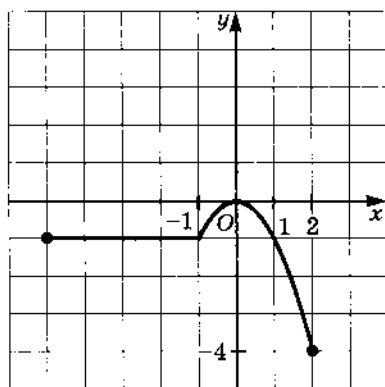


Рис. 59

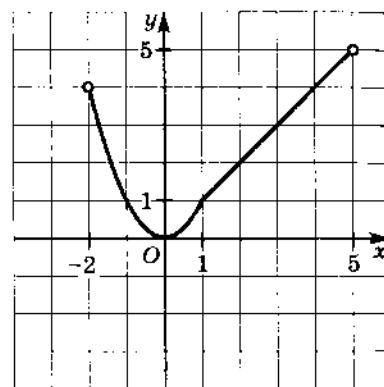


Рис. 60

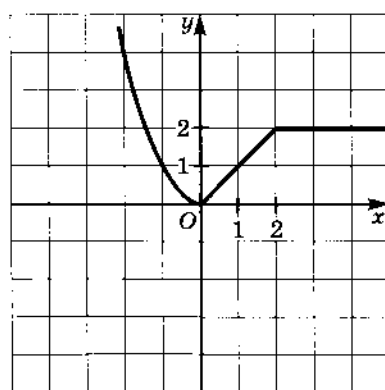


Рис. 61

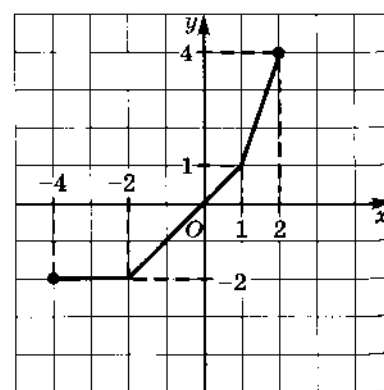


Рис. 62

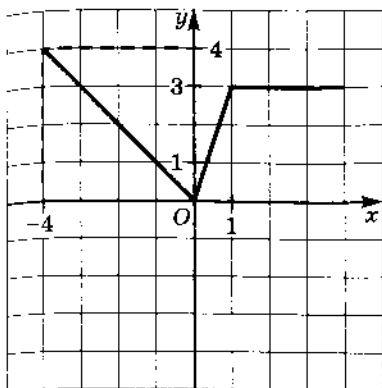


Рис. 63

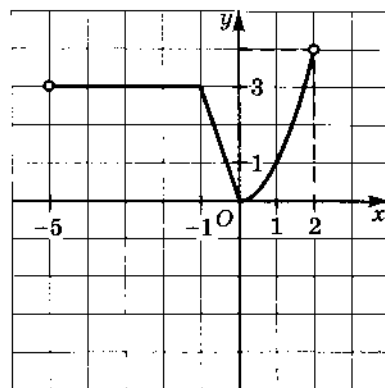


Рис. 64

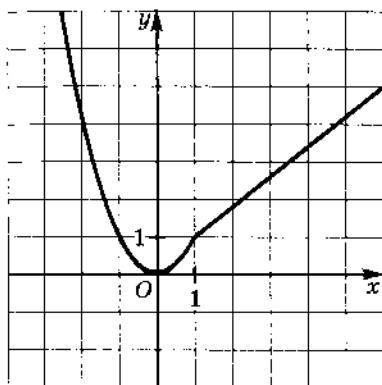


Рис. 65

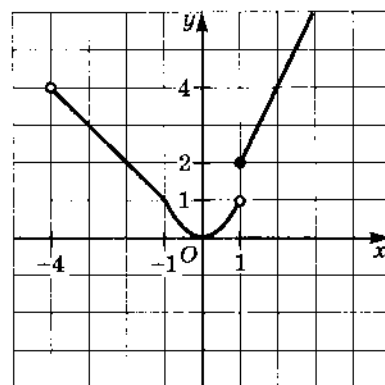


Рис. 66

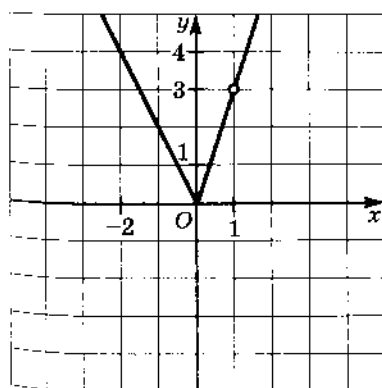


Рис. 67

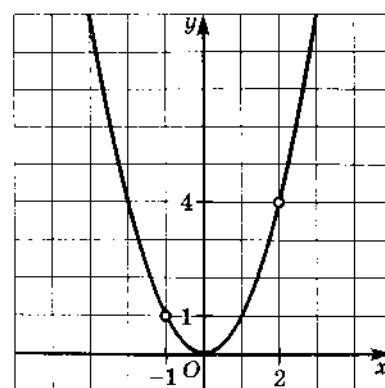


Рис. 68

Задайте аналитически кусочную функцию по ее графику, представленному:

- 39.36. а) На рис. 57; в) на рис. 59;
 б) на рис. 58; г) на рис. 60.

- 39.37. а) На рис. 61; в) на рис. 63;
 б) на рис. 62; г) на рис. 64.

- 39.38. а) На рис. 65; в) на рис. 67;
 б) на рис. 66; г) на рис. 68.

39.39. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$, $f(3)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

39.40. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 4x, & \text{если } 0 < x \leq 1; \\ 4, & \text{если } 1 < x < 3. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-1)$, $f(2)$, $f(1)$, $f(1,5)$, $f(-2)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

39.41. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ x, & \text{если } 1 < x \leq 6. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-2)$, $f(4)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(5)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

39.42. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \\ 2x + 2, & \text{если } 2 < x < 4. \end{cases}$$

а) Вычислите $f(-3)$, $f(2)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

●39.43. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3, \end{cases}$$

а) имеет один корень;

в) имеет три корня;

б) имеет два корня;

г) не имеет корней?

●39.44. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{2}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2, \end{cases}$$

а) имеет один корень;

в) имеет три корня;

б) имеет два корня;

г) не имеет корней?

●39.45. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{если } x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2, \end{cases}$$

а) имеет один корень;

в) имеет три корня;

б) имеет два корня;

г) не имеет корней?

●39.46. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1; \\ -2, & \text{если } x > 1, \end{cases}$$

а) имеет один корень;

б) имеет два корня;

в) имеет бесконечное множество корней;

г) не имеет корней?

●39.47. Решите графически уравнение:

а) $f(x) = 1$; б) $f(x) = 4$; в) $f(x) = 9$; г) $f(x) = 0$,

$$\text{если } f(x) = \begin{cases} 0,5x + 5, & \text{если } -10 \leq x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3. \end{cases}$$

●39.48. Решите графически уравнение:

а) $f(x) = -1$; б) $f(x) = -4$; в) $f(x) = 2$; г) $f(x) = 0$,

$$\text{если } f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ 3x - 7, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Вариант 1

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос: графику какой функции $y = x^2$ или $y = -x^2$ принадлежит заданная точка:
а) $A(2; 4)$; б) $B(-7; -49)$; в) $C(5; -25)$; г) $D(-4; 16)$?
2. Постройте график функции $y = x^2$ и с его помощью найдите наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:
а) $[-2; 3]$; б) $(-3; 1]$; в) $(-\infty; -1]$.
3. Сравните наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-1; 3]$ и наибольшее значение функции $y = -x^2$ на отрезке $[-3; 1]$.
4. Найдите точки пересечения графиков функции $y = -x^2$ и $y = -4$.
5. Решите графически уравнение $x^2 = 2x + 3$.
6. На графике функции $y = x^2$ найдите точку, ордината которой в два раза больше абсциссы.
7. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 15x + 8$. Найдите:
а) $f(x - 2)$; б) $f(x^2)$; в) $f(-x)$; г) $f(x^2 + 4)$.
8. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & \text{если } x < 1; \\ x^2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$
Вычислите:
а) $f(1)$; б) $f(5,5)$; в) $f(-10)$; г) $f(0)$.
9. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 \leq x < -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ -2 - x, & \text{если } 2 < x \leq 5. \end{cases}$$

Используя построенный график функций, установите:

- а) какова область определения функции $y = f(x)$;
- б) чему равны наименьшее и наибольшее значения функции;
- в) является ли функция непрерывной;

- г) при каких значениях аргумента значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля;
 д) где функция возрастает, где убывает.

10. Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - x^3}{x - 2}$.

Вариант 2

- Не выполняя построения, ответьте на вопрос: графику какой функции $y = x^2$ или $y = -x^2$ принадлежит заданная точка:
 а) $A(-2; -4)$; б) $B(-3; 9)$; в) $C(6; -36)$; г) $D(4; 16)$?
- Постройте график функции $y = -x^2$ и с его помощью найдите наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:
 а) $[-3; 1]$; б) $[-2; 2]$; в) $(-\infty; -1)$.
- Сравните наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-2; 1]$ и наибольшее значение функции $y = -x^2$ на отрезке $[-1; 2]$.
- Найдите точки пересечения графиков функции $y = x^2$ и $y = 9$.
- Решите графически уравнение $-x^2 = x - 2$.
- На графике функции $y = -x^2$ найдите точку, координаты которой — противоположные числа.
- Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 12x - 5$. Найдите:
 а) $f(x + 1)$; б) $f(x^2)$; в) $f(-x)$; г) $f(x^2 - 3)$.

8. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x < 2; \\ 3x - 10, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

Вычислите: а) $f(2)$; б) $f(-1,5)$; в) $f(4)$; г) $f(0)$.

9. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{если } -3 \leq x < -1; \\ x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ 4, & \text{если } 2 < x \leq 8. \end{cases}$$

Используя построенный график функций, установите:

- какова область определения функции $y = f(x)$;
- чему равны наименьшее и наибольшее значения функции;
- является ли функция непрерывной;
- при каких значениях аргумента значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля;
- где функция возрастает, где убывает.

10. Постройте график функции $y = \frac{4x^2 + x^3}{x + 4}$.

1. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

1. а) Отметьте на координатной плоскости точку $P(-1; 2)$. Найдите точку, симметричную данной относительно оси ординат.
б) Отметьте на координатной плоскости точку $K(3; -1)$. Найдите точку, симметричную данной относительно оси абсцисс.
2. а) Изобразите на координатной плоскости точку $A(-3; 3)$ и прямую $x = -2$. Найдите точку, симметричную данной относительно построенной прямой.
б) Изобразите на координатной плоскости точку $C(4; -2)$ и прямую $y = 1$. Найдите точку, симметричную данной относительно построенной прямой.
3. а) Даны точки $A(-1; 4)$ и $B(-1; 8)$. Найдите прямую, которая является осью симметрии для этих двух точек. Отметьте точку $C(-2; 5)$ и найдите точку, симметричную ей относительно найденной прямой. Укажите еще одну пару симметричных точек.
б) Даны точки $K(1; 5)$ и $L(-3; 5)$. Найдите прямую, которая является осью симметрии для этих двух точек. Отметьте точку $F(3; 7)$ и найдите точку, симметричную ей относительно найденной прямой. Укажите еще одну пару симметричных точек.
4. а) Даны точки $C(2; 4)$ и $D(1; 5)$. Постройте прямую, симметричную прямой CD относительно оси абсцисс.
б) Даны точки $E(-1; 4)$ и $F(2; -2)$. Постройте прямую, симметричную прямой EF относительно оси ординат.

5. Функция задана формулой $y = kx + m$. Назовите значения коэффициентов k , m и охарактеризуйте график заданной функции, если:

- а) $y = -2x + 3$; в) $y = -5$;
б) $y = 4x$; г) $y = 0$.

6. Не выполняя построения графика функции, укажите координаты точки пересечения прямой с осью y :

- а) $y = x - 4$; в) $y = -\frac{3}{4}x$;
б) $y = 3$; г) $y = 0,5x + p$.

7. Не выполняя построения графика, определите, возрастает или убывает данная функция:

- а) $y = \frac{1}{3}x$; в) $y = -10x$;
б) $y = -x + 1$; г) $y = 0,1x - 4$.

Изобразите схематично график функции $y = kx + m$ согласно следующему условию:

8. а) $k > 0$, $m < 0$; в) $k > 0$, $m > 0$;
б) $k < 0$, $m > 0$; г) $k < 0$, $m < 0$.
9. а) $k < 0$, $m = 0$; в) $k > 0$, $m = 0$;
б) $k = 0$, $m < 0$; г) $k = 0$, $m > 0$.

10. Постройте график функции $y = x - 6$. По графику найдите:

- а) значение функции, если значение аргумента равно -2 ; 0 ; 3 ;
б) значение аргумента, если значение функции равно -1 ; 0 ; 2 ;
в) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$;
г) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[1; 3]$.

11. Постройте график функции $y = -x + 1$. По графику найдите:

- а) значение функции, если значение аргумента равно -3 ; 0 ; 2 ;
б) значение аргумента, если значение функции равно -2 ; 0 ; 1 ;
в) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$;
г) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 1]$.

12. Постройте график функции $y = 2x - 2$. С помощью графика найдите:
- а) координаты точек пересечения прямой с осью x и осью y ;
 - б) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$;
 - в) значения y , которые соответствуют значениям x , удовлетворяющим неравенству $-1 \leq x \leq 2$;
 - г) промежуток, которому принадлежит переменная x , если $y_{\text{наим}} = -1$, $y_{\text{наиб}} = 6$.
13. Постройте график функции $y = -0,5x + 2$. С помощью графика найдите:
- а) координаты точек пересечения прямой с осью x и осью y ;
 - б) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$;
 - в) значения y , которые соответствуют значениям x , удовлетворяющим неравенству $-2 < x < 2$;
 - г) промежуток, которому принадлежит переменная x , если $y_{\text{наим}} = -1$, $y_{\text{наиб}} = 4$.
14. Найдите координаты точек пересечения прямой с осью x и осью y :
- а) $y = -\frac{1}{3}x + 1$;
 - б) $y = 1,2x - 6$;
 - в) $y = \frac{3}{4}x + 6$;
 - г) $y = -1,6x - 8$.
15. Определите, принадлежит ли графику данной линейной функции точка A , если:
- а) $y = 0,6x + 30$, $A(-25; 15)$;
 - б) $y = -1,8x - 5,4$, $A(3; 0)$;
 - в) $y = 1,5x - 9$, $A(9; 4,5)$;
 - г) $y = -0,75x + 3$, $A(4; 0)$.
16. Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции:
- а) $y = -3x$ на отрезке $[-2; 1]$;
 - б) $y = 2,5x - 2$ на луче $(-\infty; 2]$;
 - в) $y = 1,5x$ на луче $[-2; +\infty)$;
 - г) $y = -x + 4$ на отрезке $[-1; 3]$.

17. Найдите точку пересечения прямых графическим и аналитическим методами:

а) $y = 3x - 4$ и $y = x$;

б) $y = \frac{1}{3}x - 3$ и $y = -x + 1$;

в) $y = -2x$ и $y = 0,5x + 5$;

г) $y = -5x - 2$ и $y = x + 4$.

18. Задайте формулой функцию $y = kx$, график которой проходит через точку:

а) $M(-20; 60)$; в) $K(45; 15)$;

б) $N(17; -51)$; г) $L(-65; -13)$.

19. Определите взаимное расположение графиков функций, если:

а) $y = 23x - 7$ и $y = 7 - 23x$;

б) $y = 8,9x + 0,9$ и $y = 8,9x$;

в) $y = 3x + 5$ и $y = 5$;

г) $y = 0,75x - 0,125$ и $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}$.

20. Задайте линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = kx$ и проходит через точку B , если:

а) $y = 4x$, $B(0; -5)$;

б) $y = -\frac{x}{4}$, $B(-16; -2)$;

в) $y = -0,4x$, $B(0; 7)$;

г) $y = \frac{1}{4}x$, $B(-12; 1)$.

Постройте график заданной функции.

21. Постройте график функции $y = 3x + 6$. С помощью графика решите неравенство:

а) $3x + 6 > 0$; в) $3x + 6 \leq 0$;

б) $3x + 6 \leq 3$; г) $3x + 6 > -3$.

22. Используя графический метод, решите неравенство:

а) $4x + 8 < 0$; в) $2x - 10 \geq 0$;

б) $-3x - 7 \leq 2$; г) $-x + 6 > 4$.

23. Постройте график уравнения:

а) $2x + y - 4 = 0$; в) $-x - y + 1 = 0$;

б) $-x - 2y + 6 = 0$; г) $3x + 4y - 12 = 0$.

Решите графически систему уравнений:

24. а) $\begin{cases} 3x + 6y = 0, \\ 2x - y - 5 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 0,5x - 2y = 0, \\ x - y - 3 = 0; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} -x - 2y + 4 = 0, \\ 2x - y - 3 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y + 6 = 0, \\ -2x + y + 3 = 0. \end{cases}$
25. а) $\begin{cases} 8x - 12y - 12 = 0, \\ -2x + 3y + 12 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4,5x - 6y + 12 = 0, \\ 4y - 3x + 20 = 0; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} 0,2x - 0,5y + 3 = 0, \\ 2,5y - x - 15 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -0,6x + 1,4y + 15,6 = 0, \\ x - 2\frac{1}{3}y - 21 = 0. \end{cases}$

26. При каких значениях a , b , c график уравнения

$$ax + by + c = 0:$$

- а) проходит через начало координат;
- б) расположен параллельно оси x ;
- в) расположен параллельно оси y ;
- г) совпадает с осями координат?

27. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика определите:

- а) значения функции, если значение аргумента равно -1 ; $0,5$; $2,5$;
- б) значения аргумента при значении функции, равном 4 ; 0 ; 9 ;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; -1]$;
- г) значения x , при которых $y < 4$.

28. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика определите:

- а) значения функции, если значение аргумента равно -3 ; $1,5$; 2 ;
- б) значения аргумента при значении функции, равном -1 ; 0 ; -9 ;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$;
- г) значения x , при которых $y \leq -9$.

29. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика определите:
- значения функции, если $x \geq 1$;
 - значения аргумента, если $1 < y < 4$;
 - наименьшее значение функции;
 - промежутки возрастания и убывания функции.
30. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика определите:
- значения функции, если $x < -2$;
 - значения аргумента, если $-9 \leq y < -4$;
 - наибольшее значение функции;
 - промежутки возрастания и убывания функции.
31. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2$:
- на отрезке $[0; 2]$;
 - на луче $(-\infty; -2]$;
 - на полуинтервале $(-1; 2; 3]$;
 - на луче $[-1; +\infty)$.
32. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2$:
- на отрезке $[-2; 1]$;
 - на интервале $(-3; 1)$;
 - на полуинтервале $(0; 3; 3]$;
 - на луче $(-\infty; -1]$.
- Решите графически уравнение:
33. а) $x^2 = 9$; б) $-x^2 = 2x$; в) $x^2 = -3x$; г) $-x^2 = 2$.
34. а) $-x^2 = x - 6$; в) $x^2 = 3x + 4$;
 б) $x^2 = 2x - 1$; г) $-x^2 = 4x + 4$.
35. Решите графически неравенство:
- $x^2 > 4$;
 - $-x^2 \geq -9$;
 - $-x^2 \geq x - 2$;
 - $x^2 < 2 + x$.
36. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0, \\ -3x, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

С помощью графика найдите:

- $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$;
- значения x , при которых $f(x) = 0$, $f(x) = 4$, $f(x) = -6$;
- область определения функции;
- множество значений функции.

37. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0, \\ 2x, & \text{если } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

С помощью графика найдите:

- а) $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$;
- б) значения x , при которых $f(x) = 0$, $f(x) = -4$, $f(x) = 1$;
- в) область определения функции;
- г) множество значений функции.

38. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{если } -4 \leq x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

С помощью графика найдите:

- а) область определения функции;
- б) множество значений функции;
- в) значение x , при котором функция претерпевает разрыв;
- г) промежутки возрастания и убывания функции.

39. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 4x - 1$. Найдите:

- а) $f(-3)$, $f(0)$, $f(0,5)$, $f\left(\frac{1}{4}\right)$;
- б) $f(a)$, $f(-2a)$, $f(a - 2)$, $f(a) - 2$;
- в) $f(t^2)$, $f(t^2 - 1)$, $f(t - 1)^2$, $f(t^2) - 1$;
- г) $f(x + 3)$, $f(2x - 1)$, $f(1 - 2x)^2$, $f(x - x^2)$.

40. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x + 3$. Найдите:

- а) $f(-2)$, $f(-0,5)$, $f(0)$, $f(1,5)$;
- б) $f(-p)$, $f\left(\frac{p}{2}\right)$, $f(0,5 + p)$, $f(p) + 0,5$;
- в) $f(y^2)$, $f(y^2 + 2)$, $f(y + 2)^2$, $f(y^2) + 2$;
- г) $f(x - 4)$, $f(1 - x)$, $f(2x^2) - 4$, $f\left(\frac{1}{2}x^3 - 1\right)$.

41. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

- а) $f(-5)$, $f(-1,4)$, $f(0)$, $f(2,3)$;
- б) $f(a)$, $f(-a)$, $-f(a)$, $-f(-a)$;
- в) $f(t - 3)$, $f(t) - 3$, $f(t - 3)^2$, $-f(3t)$;
- г) $f(-x)$, $f(5 - x)$, $f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$, $f(x^2 + 1)$.

42. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите:
- $f(-8)$, $f(-1,7)$, $f(1)$, $f(2,1)$;
 - $f(-p)$, $-f(p)$, $f(2p)$, $-f(-2p)$;
 - $f(z+4)$, $f(z)+4$, $f(z^2+4)$, $f(z+4)^3$;
 - $f(-x)$, $f(3-x)$, $f(1-0,5x)$, $f(x^2)+3$.
43. а) Даны функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, где $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -3x + 4$. При каком значении x выполняется равенство $f(x-1) = g(x+1)$?
- б) Даны функции $y = f(x)$ и $y = h(x)$, где $f(x) = -4x - 1$, $h(x) = 2x + 9$. При каком значении x выполняется равенство $f(x+2) = h(x-3)$?
44. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каком значении x выполняется равенство:
- $f(x+1) = f(x-2)$;
 - $f(x-4) = f(x) - 4$?
45. Даны функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, где $f(x) = -x^2$, $g(x) = 3x - 10$. При каких значениях x выполняется равенство:
- $f(x+2) = g(x+2)$;
 - $f(1-x) = g\left(\frac{1-x^2}{3}\right)$?
46. Дана функция $y = f(x)$, где
- $$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x \leq -2, \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 2. \end{cases}$$
- Построив график функции $y = f(x)$, определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$:
- имеет два корня;
 - имеет один корень;
 - имеет три корня;
 - не имеет корней.
47. Дана функция $y = f(x)$, где
- $$f(x) = \begin{cases} -2x - 4, & \text{если } x < -1, \\ -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$
- Построив график функции $y = f(x)$, определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$:
- имеет два корня;
 - имеет один корень;
 - имеет три корня;
 - не имеет корней.

II. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Решите уравнение:

48. а) $-3x - 1 = 0$; в) $5x - 2 = 0$;
 б) $2x + 7 = 5$; г) $9 - 4x = 0$.
49. а) $3x - x + 5x = 2,1$; в) $6x - 10x + x = 0,3$;
 б) $x + 1,2x - 3,6x = -7$; г) $0,7x + 0,8x - x = 2$.
50. а) $3y - 11 = 1 - 2y$; в) $y + 4 = 2y - 5$;
 б) $2(y + 2) = -3(y - 1)$; г) $7(y - 3) = -2(y + 3)$.
51. а) $4(x - 5) - (7x + 9) = 1$;
 б) $2x - 3(4 - x) = 5 - (x - 1)$;
 в) $8(3 - 2x) - (x - 2) = 9$;
 г) $5x - 6(2x + 7) = 13 - (x + 1)$.
52. а) $\frac{1}{3}x + 2\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}\right) = -1\frac{1}{6}$;
 б) $0,4(3x - 0,5) = 1,5x + 0,2(x + 1)$;
 в) $\frac{3}{5}\left(2x + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5}x = 2$;
 г) $0,3(6x + 1,5) = 2,7x - 0,6(x - 2)$.
53. а) $\frac{2x - 7}{3} = \frac{5x + 4}{5}$; в) $\frac{3y + 8}{6} = \frac{1 - 4y}{7}$;
 б) $\frac{3x + 5}{15} - \frac{x}{3} = \frac{2}{9}$; г) $\frac{4y}{3} - \frac{5y + 4}{12} = -2\frac{5}{8}$.
54. а) $4\left(2x - \frac{1}{4}\right) - (x + 1) = 7\left(x + \frac{2}{7}\right)$;
 б) $5(0,4y - 0,3) + 0,5(3 - 4y) = 0$;
 в) $6\left(\frac{2}{3}x - 1\right) + (-2x - 3) = 2(x - 3)$;
 г) $0,2(15y + 4) - 0,6(5y + 1) = 0,2$.
55. Одно число больше другого на 14, а их сумма равна 58. Найдите эти числа.
56. Сумма двух чисел равна 72, причем одно из них в 3 раза больше другого. Найдите эти числа.

57. Одно число в 7 раз больше другого, а их разность равна 78. Найдите эти числа.
58. Отношение двух чисел равно $2 : 3$, а сумма этих чисел равна 135. Найдите эти числа.
59. Отношение двух чисел равно $7 : 4$. Найдите эти числа, если одно из них больше другого на 48.
60. Отношение трех чисел равно $5 : 4 : 3$, а их сумма равна 84. Найдите эти числа.
61. Отношение двух чисел равно $5 : 3$. Если к первому числу прибавить 1, а второе число вычесть из 25, то получатся равные результаты. Найдите эти числа.
62. Одна сторона треугольника в 2 раза меньше другой стороны и на 3 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 31 см.
63. В треугольнике один угол в 3 раза меньше другого угла и на 20° больше третьего. Найдите углы треугольника.
64. Сторона AB треугольника ABC составляет $\frac{3}{4}$ стороны BC , а сторона AC на 2 см больше BC . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 24 см.
65. Найдите углы треугольника, если их отношение равно $2 : 3 : 4$.
66. В детском спортивном комплексе учащиеся имеют возможность заниматься тремя видами спорта: плаванием, теннисом и борьбой. При этом плаванием занимается в 2 раза больше учащихся, чем теннисом, и на 9 человек меньше, чем борьбой. Сколько человек занимается каждым видом спорта, если всего детский спортивный комплекс посещают 119 учащихся?
67. 33 старшеклассницы посещают фитнес-клуб. Из них занятия в тренажерном зале посещают на 5 человек меньше, чем занятия шейпингом, и в 2 раза меньше, чем занятия аквааэробикой. Сколько старшеклассниц посещают занятия в каждой секции?
68. Моторная лодка за 2 ч по течению реки проплывает такое же расстояние, как за 3 ч против течения реки. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

69. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились через 40 мин. Скорость одного из них на 3 км/ч больше скорости другого. Найдите скорости велосипедистов, если расстояние между пунктами A и B равно 18 км.
70. Мастер за 2 ч работы изготавливает столько же деталей, сколько его ученик за 6 ч работы. Найдите производительность труда мастера, если он за час изготавливает на 12 деталей больше, чем его ученик.
71. Найдите три последовательных нечетных числа, сумма которых равна 81.
72. Из городов A и B , расстояние между которыми 350 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Через 3 ч после начала движения им осталось проехать до встречи 20 км. Найдите скорости мотоциклистов, если скорость одного из них на 10 км/ч меньше скорости другого.
73. Один кусок электропровода на 54 м длиннее второго. Когда от каждого куска отрезали по 12 м, второй кусок оказался в 4 раза короче первого. Сколько метров провода было в каждом куске?
74. На запасных путях станции стояли два состава одинаковых вагонов. В одном составе было на 12 вагонов больше, чем в другом. Когда от каждого состава отцепили по 6 вагонов, в одном составе стало вагонов в 3 раза больше, чем в другом. Сколько вагонов было первоначально в каждом составе?
75. В корзине было в 2 раза меньше винограда, чем в ящике. После того как в корзину добавили 2 кг, в ней стало винограда на 0,5 кг больше, чем в ящике. Сколько винограда было в корзине?
76. В первый день в магазине было продано 30% всего картофеля. Во второй день — 40% оставшегося картофеля, а в третий день — последние 84 кг. Сколько килограммов картофеля было в магазине первоначально?
77. Расстояние между пунктами A и B равно 40 км. Из пункта B в пункт A выехал велосипедист, а из A навстречу ему — автомобиль. Автомобиль проехал до встречи расстояние, в 4 раза большее, чем велосипедист. На каком расстоянии от A произошла встреча?

78. Из пункта A в пункт B со скоростью 60 км/ч выехал мотоциклист. Через 30 мин навстречу ему из B выехал другой мотоциклист, скорость которого составляла 50 км/ч. Какое время ехал второй мотоциклист до встречи с первым, если расстояние между A и B равно 162 км?
79. Катер шел по течению реки 5 ч, а затем против течения 3 ч. Найдите собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч, а всего пройдено 126 км.
80. Из пункта M в пункт N выехал автобус. Через полчаса из N в M со скоростью, превышающей скорость автобуса на 18 км/ч, выехал легковой автомобиль. Через 1 ч 20 мин после своего выхода он встретил автобус, причем проехал расстояние, на 3 км большее, чем автобус. Чему равно расстояние между M и N ?
81. Из двух пунктов, расстояние между которыми 340 км, одновременно навстречу друг другу выехали два поезда. Через 2 ч после начала движения им осталось пройти до встречи 30 км. Найдите скорости поездов, если известно, что скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого.
82. От пристани A отошел плот. Одновременно с ним от пристани B отошла моторная лодка вверх по течению реки, по направлению к A . Найдите собственную скорость лодки, если лодка и плот встретились через 2 ч, а расстояние между пристанями A и B равно 16 км.
83. От пристани A вниз по течению реки отошла лодка, собственная скорость которой 12 км/ч, а через 1 ч вверх по течению отправился катер, собственная скорость которого 18 км/ч. Найдите скорость течения реки, если через 3 ч после выхода лодки расстояние между лодкой и катером составляло 75 км.
84. Трое изобретателей получили за свое изобретение премию в размере $141\,000$ р., причем второй получил $33\frac{1}{3}\%$ того, что получил первый, и еще 6000 р., а третий получил $33\frac{1}{3}\%$ того, что получил второй, и еще 3000 р. Какую премию получил каждый?

85. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 2y - 3, \\ 3x + 4y = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x - 5y = 21, \\ y = 3x + 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8x - y = 5, \\ -9x + 2y = 4; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x - 5y = 4, \\ 3x - 8y = -2. \end{cases}$$

86. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - y = 4, \\ -2x + y = 5; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x + 4y = -7, \\ x - 9y = 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 10, \\ 3x - 7y = 4; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x - 4y = -5, \\ 6x + 4y = -1. \end{cases}$$

Решите систему уравнений:

$$87. \text{ а) } \begin{cases} 3x - 2y = 12, \\ x + 2y = -4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x - y = 3, \\ -x - 4y = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - y = 4, \\ 2x + 3y = 21; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 4x + 3y = 10, \\ x - 2y = -3. \end{cases}$$

$$88. \text{ а) } \begin{cases} 5x + 3y = -12, \\ -2x + 4y = 10; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -6x - 7y = 8, \\ 4x + 3y = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x + 8y = 21, \\ 6x + 4y = 13; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3y - 4x = -6, \\ 5x - 9y = -10. \end{cases}$$

$$89. \text{ а) } \begin{cases} 2x - y = 3, \\ 6x - 3y = 9; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x + 5y = 10, \\ 4x + 10y = 15; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = -1, \\ \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y = 1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 2, \\ -\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = -1. \end{cases}$$

90. За 3 м одной ткани и 6 м другой заплатили 900 р. Сколько стоит 1 м каждой ткани, если 9 м первой ткани стоят столько же, сколько 12 м второй?

91. За 2 кг конфет и 3 кг печенья заплатили 480 р. Сколько стоит 1 кг печенья и 1 кг конфет, если 1,5 кг конфет дешевле 4 кг печенья на 15 р.?
92. Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 360 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 2 ч 15 мин. Если бы первый автомобиль выехал на 24 мин раньше второго, то встреча произошла бы через 2 ч после выезда второго автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.
93. Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 30 км, навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода и встретились через 3 ч 45 мин. Если бы первый вышел на 2 ч раньше второго, то встреча произошла бы через 2,5 ч после выхода второго. Найдите скорости пешеходов.
94. Теплоход против течения реки проплывает 96 км за 4 ч, а по течению реки 90 км за 3 ч. Найдите собственную скорость теплохода.
95. По течению реки катер проходит 28 км за 1 ч 20 мин, а против течения — 24 км за 1,5 ч. Найдите скорость течения реки.
96. Ночью от берега, на котором был расположен лагерь туристов, унесло плот. Спусти 6,5 ч, утром, туристы на моторной лодке отправились за ним вдогонку и через 1,5 ч увидели плот на расстоянии 0,5 км впереди. Найдите скорость, с которой туристы догоняли плот, если в обратную сторону они на этой моторной лодке преодолели 20 км за 2,5 ч.
97. В кассе было 136 монет пятирублевого и двухрублевого достоинства на сумму 428 р. Сколько монет каждого достоинства было в кассе?
98. В автобусном парке, обслуживающем туристические маршруты, были автобусы марки «Икарус», по 44 пассажирских места в каждом, и марки «Мерседес», по 52 места. Всего в автобусном парке было 15 автобусов, которые одновременно могли перевозить 724 человека. Сколько автобусов каждой марки было в автопарке?
99. В двух бидонах находится 70 л молока. Если из первого бидона перелить во второй 12,5% молока, находящегося в первом бидоне, то молока в обоих бидонах станет поровну. Сколько литров молока в каждом бидоне?

100. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять стали каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с 30-процентным содержанием никеля?
101. Двое рабочих изготовили вместе 1020 деталей. Первый работал 15 дней, а второй — 14 дней. Сколько деталей изготовлял каждый рабочий за один день, если первый за 3 дня изготовлял на 60 деталей больше, чем второй за 2 дня?
102. При делении двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 7, а в остатке 3. Найдите это число, если известно, что при перестановке его цифр получается число, меньшее искомого на 36.
103. Разность двух чисел равна 52. Если первое число разделить на второе, то в частном получится 3 и в остатке 4. Найдите эти числа.
104. Сумма цифр заданного двузначного числа равна 7. Если к каждой цифре прибавить по 2, то получится число, меньшее удвоенного заданного числа на 3. Какое число задано?
105. Когда каждую из сторон прямоугольника увеличили на 2 см, оказалось, что площадь прямоугольника увеличилась на 16 см^2 . Найдите стороны заданного прямоугольника, если известно, что они выражаются целыми числами (в сантиметрах).
106. Скорый поезд проходит за 5 ч на 40 км больше, чем пассажирский за 6 ч. Найдите их скорости, v_1 км/ч и v_2 км/ч соответственно, если известно, что числа v_1 и v_2 делятся на 10 и оба меньше 100, но больше 50.

III. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Вычислите:

107. а) $3^4 + 2^8$; б) $(-1)^{10} - 5^2$; в) $3^3 - 17^0$; г) $10^3 - 2^{10}$.
108. а) $(-2)^6 - 5,9^0 - 3^2 \cdot 3$; б) $7,8^0 + ((-2)^2)^3 - 5^3 : 5$;
 б) $7,4^0 + (-2^2)^3 - 5^5 : 5^3$; г) $3^{13} : (3^3)^3 - (-2^3)^2 + 4,7^0$.
109. а) $\frac{4^3 \cdot (2^5)^2}{8^5}$; б) $\frac{6^4 \cdot 3^5}{9^4 \cdot 2^3}$; в) $\frac{27^6}{9^2 \cdot (3^4)^3}$; г) $\frac{10^3 \cdot (2^2)^5}{5^3 \cdot 8^2}$.

110. а) $\frac{13^6 \cdot 2^6}{26^5}$; б) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{(63^5)^2}$; в) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{(6^4)^2}$; г) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.
111. а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$; б) $\frac{12^2 \cdot 35^3}{28^2 \cdot 15^4}$; в) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$; г) $\frac{22^4 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2}$.
112. а) $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$; в) $\frac{108 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6}{216^3 - 36^4}$;
 б) $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$; г) $\frac{(3^{15} + 3^{13}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024}$.
113. Представьте в виде степени с натуральным показателем:
 а) 625; б) 196; в) 81; г) 64.
114. Представьте число 256 в виде:
 а) квадрата натурального числа;
 б) четвертой степени натурального числа.
115. Представьте число 729 в виде:
 а) куба натурального числа;
 б) квадрата натурального числа.
116. а) Представьте число 100 в виде произведения квадратов двух натуральных чисел.
 б) Представьте число 216 в виде произведения кубов двух натуральных чисел.
- Упростите выражение:
117. а) $a^3 b^5 \cdot a^4 b^7$; в) $m^9 n^2 \cdot n^5 m^3$;
 б) $c^4 d^7 \cdot c^8 d^3$; г) $p^2 q^7 \cdot p^3 q^6$.
118. а) $(z^2)^4$; б) $(a^6)^2$; в) $(x^5)^6$; г) $(d^3)^3$.
119. а) $(a^3)^2 \cdot a^5$; б) $(d^4)^3 \cdot d^3$; в) $(f^6)^2 \cdot f^4$; г) $(x^4)^4 \cdot x^3$.
120. а) $(x^3 y^2)^2 \cdot y^5 \cdot x^4$; в) $(k^5)^3 l^7 \cdot k^4 \cdot (l^2)^8$;
 б) $s^5 (t^4)^3 \cdot (s^4)^6 t^2$; г) $a^3 b^5 \cdot (b^2)^7 a^4$.
121. а) $(2x^2)^3 \cdot (2x^3)^5$; в) $(3y^3)^4 \cdot (-3y^4)^2$;
 б) $(25y^4)^3 : (-5y^6)^2$; г) $(16x^2)^4 : (8x)^5$.
122. а) $\frac{(a^3)^6 \cdot a^2}{a \cdot a^{19}}$; в) $\frac{(b^6)^4 : b}{b^{16} \cdot b^8}$;
 б) $\frac{(ab)^3 \cdot a^4}{ab^2}$; г) $\frac{ab^3}{(ab)^3 : (a^2 b)}$.

123. Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида и выпишите его коэффициент k :

а) $12x^3y \cdot (-6x^2) \cdot 0,5xy^2$;

б) $0,4p^4q^7 : \left(-3\frac{3}{5}p^3q\right) \cdot (-3pq^3)^2$;

в) $\frac{1}{7}mn^5 \cdot 4m^3n \cdot 1\frac{3}{4}m^2$;

г) $-3a^5b^3 \cdot 2ab^4 : (-2a^2b)^3$.

Решите уравнение:

124. а) $x^5 = 32$; б) $-2x^3 = 250$; в) $x^3 = 216$; г) $5x^5 = -160$.

125. а) $x^2 = 1$; б) $3x^4 = 48$; в) $x^6 = 64$; г) $2x^4 = 162$.

126. а) $(2x)^7 = 128$; в) $(3x)^5 = 32$;

б) $(5x)^4 = 81$; г) $(6x)^2 = 144$.

127. а) $x^3 + 1 = 0$; в) $x^5 - 20 = 12$;

б) $3x^5 + 100 = 4$; г) $(3x)^3 - 25 = 100$.

128. а) $2^x = 128$; б) $5^{x-4} = 125$; в) $3^x = 243$; г) $6^{x+1} = 216$.

129. а) $7^{3x} = 343$; в) $2^{5x} = 1024$;

б) $3^{2x-1} = 27$; г) $5^{3x-4} = 625$.

130. а) $(x+3)^3 = 1$; в) $(x-1)^5 = 32$;

б) $(2x-5)^5 = -243$; г) $(5x+4)^7 = -1$.

131. а) $(x+1)^3 = 256$; в) $(x-2)^6 = 729$;

б) $(3x-5)^4 = 81$; г) $(7x-2)^4 = 625$.

132. Стороны прямоугольника относятся как 4 : 5, а его площадь равна 180 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

133. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как 3 : 4 : 6, а его объем равен 576 см^3 . Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда.

134. Приведите многочлен к стандартному виду:

а) $x^2 - 2x + 4 - 2x^2 - 3x - 9 + x$;

б) $5c^2d - cd^2 + d^3 - 2cd^2 + c^2d - d^3$;

в) $12 + 3x^2 - 2x - x - 1 - 4x^2 - 7$;

г) $p^3 + pq + pq^2 - q^3 - p^3 - q^3 - pq^2$.

а) $(m^2 - 5m + 1) - (m^2 - 4)$;
 б) $-3b(a - 2b) + 2a(3a - b)$;
 в) $-(9 + n^2) - (6n + n^2 - 10)$;
 г) $y(5x - y) + 4x(x - 3y)$.

а) $(9 - a)(8 + a)$; в) $(15 - b)(b - 1)$;
б) $(2b - 3c)(2c + 3b)$; г) $(4a - 5c)(-a + 3c)$.

137. а) $(a+2)^2$; б) $(3b-1)^2$; в) $(x-8)^2$; г) $(1+4y)^2$.

139. а) $(3x - 1)(3x + 1)$; в) $(10p + 7q)(7q - 10p)$;
 б) $(13m - 11n)(13m + 11n)$; г) $(4 - 5y)(5y + 4)$.

Упростите выражение:

142. а) $(5-x)(5+x) \cdot (x-3)^2$;
 б) $b^2(a+b) + (2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$;
 в) $(3a+b)^2 - (a+b)(a-b)$;
 г) $(y+3)(y^2-3y-9) - y(y^2-2)$.

а) $(x - 5)^2 - (x - 7)(x - 3) = 4$;
 б) $(x + 3)(x - 3) - (x - 9)(x + 1) = 8x$;
 в) $(x - 11)(x - 1) - (x + 6)^2 = -25$;
 г) $(x + 1)(x - 4) - (x - 2)(x + 2) = -3x$.

Решите уравнение:

144. а) $(x+1)(x+2) - (x+3)(x+4) = 0$;
б) $10x^2 - (2x-3)(5x-1) = 31$;
в) $(x-2)(x-3) - (x+1)(x-4) = 0$;
г) $12x^2 - (4x-3)(3x+1) = -2$.

145. а) $9x^2 - 1 - (3x-2)^2 = 0$;
б) $(2x-3)^2 - 2x(4+2x) = 11$;
в) $x + (5x+2)^2 = 25(1+x^2)$;
г) $(4x-3)(3+4x) - 2x(8x-1) = 0$.

146. а) $(2x+3)(4x^2-6x+9) = 0$;
б) $(x-1)(x^2+x+1) = -9$;
в) $(3x-1)(9x^2+3x+1) = 0$;
г) $(x+2)(x^2-2x+4) = 7$.

Разложите многочлен на множители:

147. а) $15a - 25b$; б) $3a^2 + ab$; в) $28c + 21b$; г) $4dc^2 - 2c$.

148. а) $12a^2b + 3ab^2$; в) $5cd^3 - 15c^3d$;
б) $2a^3 - a^2b + 2a$; г) $5b^2c^2 + 10c^3 - 5bc$.

149. а) $3(a+b) - a(a-b)$; в) $m(m-n) + 2n(m-n)$;
б) $(x-y)^2 + 2y(x-y)$; г) $3q(p+q) - (p+q)^2$.

150. а) $2x - 2y + x^2 - xy$; в) $a^2 + ab - 7a - 7b$;
б) $4m^2 - 8m - mn + 2n$; г) $6pq + 3q^2 + 2p + q$.

151. а) $x^2 - 121$; б) $49m^2 - 4$; в) $169 - p^2$; г) $64 - 25n^2$.

152. а) $x^4 - 16$; б) $144y^2 - z^6$; в) $81 - q^4$; г) $225m^2 - n^4$.

153. а) $8x^2 - 2y^2$; в) $3x^2 - 27z^2$;
б) $16x^3 - xy^2$; г) $y^3z - 25yz^3$.

154. а) $x^2 - y^2 + 2x + 2y$; в) $3a - 3b - a^2 + b^2$;
б) $p^2 + pq^2 - q^2 - p^2q$; г) $m^3 - n^2 - nm^2 + m^2$.

155. а) $x^3 - 27$; б) $8a^3 + 1$; в) $a^3 + 125$; г) $1 - 27y^3$.

156. а) $(x-4)^2 - 9x^2$; в) $144 - (a+9)^2$;
б) $(2x-y)^2 - (x+3y)^2$; г) $(z+1)^2 - (2z-3)^2$.

157. а) $16 - 8p + p^2$; в) $36q^2 + 12q + 1$;
 б) $25x^2 + 20xy + 4y^2$; г) $m^2 - 14mn + 49n^2$.
158. а) $5p^2 - 30pq + 45q^2$; в) $2c^2 + 20cd + 50d^2$;
 б) $x^3z + 4x^2z^2 + 4xz^3$; г) $3m^2n - 6mn + 3n$.
159. а) $x^2 - 5x + 6$; в) $z^2 - 6z + 8$;
 б) $t^2 + 6t + 5$; г) $y^2 + 9y + 8$.

Решите уравнение:

160. а) $x^2 - 144 = 0$; в) $196 - y^2 = 0$;
 б) $100 - 81x^2 = 0$; г) $225y^2 - 64 = 0$.
161. а) $x^3 - 36x = 0$; в) $49x^3 - x = 0$;
 б) $12x^5 - 3x^3 = 0$; г) $2x^4 - 32x^2 = 0$.
162. а) $y^2 - 6y + 9 = 0$; в) $49 + 14x + x^2 = 0$;
 б) $4t^2 + 28t + 49 = 0$; г) $36z^2 - 12z + 1 = 0$.
163. а) $x^3 + 16x^2 + 64x = 0$; в) $81x^4 - 18x^3 + x^2 = 0$;
 б) $8y^4 - 40y^3 + 50y^2 = 0$; г) $27t^3 + 36t^2 + 12t = 0$.
164. а) $x^4 - 81 = 0$; в) $x^3 - 256 = 0$;
 б) $256x^5 - x = 0$; г) $625x^6 - x^2 = 0$.
165. а) $(x - 1)^2 - 9 = 0$; в) $(x + 2)^2 - 36 = 0$;
 б) $81 - (y + 1)^2 = 0$; г) $100 - (y - 7)^2 = 0$.
166. а) $(x + 3)^2 - 4x^2 = 0$; в) $(x - 2)^2 - 9x^2 = 0$;
 б) $16x^2 - (x - 5)^2 = 0$; г) $25x^2 - (x + 4)^2 = 0$.
167. а) $x^2 + 3x + 2 = 0$; в) $x^2 - 7x + 12 = 0$;
 б) $x^2 - 4x - 5 = 0$; г) $x^2 + 5x - 6 = 0$.

168. Докажите тождество:

- а) $\frac{a^3 - 64}{a - 4} + 4a = (a + 4)^2$;
 б) $(3b - 1)(3b + 1) - \frac{27b^3 + 1}{3b + 1} = 3b$;
 в) $\frac{c^3 + 125}{c + 5} - 5c = (c - 5)^2$;
 г) $\frac{8d^3 - 27}{2d - 3} - (2d + 3)^2 = -6d$.

169. Докажите тождество:

а) $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$;

б) $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = (a - b)^3$.

Вычислите, используя формулы сокращенного умножения:

170. а) $69 \cdot 71$; в) $89 \cdot 91$;

б) $42 \cdot 38$; г) $58 \cdot 62$.

171. а) 91^2 ; б) 59^2 ; в) 82^2 ; г) 68^2 .

172. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $\frac{910}{137^2 - 123^2}$; б) $\frac{274^2 - 34^2}{960}$; в) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$; г) $\frac{14\,400}{324^2 - 36^2}$.

Сократите дробь:

173. а) $\frac{16a^2b^3c}{12a^3b^2c^4}$; б) $\frac{8mn^3p}{24m^2n^3p^3}$; в) $\frac{21x^5yz^6}{14x^4y^2z^6}$; г) $\frac{15p^2q^3r^3}{5p^2q^2r}$.

174. а) $\frac{a^2 + a}{a^3 + a^2}$; б) $\frac{3p + 6q}{p^2 + 2pq}$; в) $\frac{8m - 8n}{9n - 9m}$; г) $\frac{3x^3 + 3xy^2}{6yx^2 + 6y^3}$.

175. а) $\frac{a^2 + 4a + 4}{a + 2}$; в) $\frac{k^2 - 8k + 16}{k - 4}$;

б) $\frac{3n - m}{9n^2 - 6nm + m^2}$; г) $\frac{p - 2q}{p^2 - 4pq + 4q^2}$.

176. а) $\frac{b^2 - 25}{b + 5}$; б) $\frac{2m - 3}{4m^2 - 9}$; в) $\frac{l^2 - 36}{6 + t}$; г) $\frac{5k - 2l}{25k^2 - 4l^2}$.

177. а) $\frac{4p^2 - 2p + 1}{8p^3 + 1}$; в) $\frac{9 + 12z + 16z^2}{27 - 64z^3}$;

б) $\frac{27a^3 + 8}{2 + 3a}$; г) $\frac{5 + 2m}{125 + 8m^3}$.

178. а) $\frac{9x^2 - 6x + 1}{9x^2 - 1}$; в) $\frac{4m^2 - 9n^2}{9n^2 - 12mn + 4m^2}$;

б) $\frac{16a^2 - 25b^2}{16a^2 + 40ab + 25b^2}$; г) $\frac{36t^2 + 12st + s^2}{s^2 - 36t^2}$.

$$\begin{array}{ll}
179. \text{ a) } \frac{25x^2 - 20xy + 4y^2}{10xy - 4y^2}; & \text{ б) } \frac{18ab^2 - 3b^3}{36a^2 - 12ab + b^2}; \\
\text{ в) } \frac{8s^3 - 27t^3}{12s^3 + 18s^2t + 27st^2}; & \text{ г) } \frac{9k^2 + 27kl}{k^3 + 27l^3}. \\
180. \text{ a) } \frac{16a^2 - 8ab + b^2}{64a^3 - b^3}; & \text{ б) } \frac{125x^3 - y^3}{25x^2 - 10xy + y^2}; \\
\text{ в) } \frac{8p^3 + 27q^3}{4p^2 + 12pq + 9q^2}; & \text{ г) } \frac{27n^3 + 64m^3}{9n^2 + 24mn + 16m^2}. \\
181. \text{ a) } \frac{p - t + 2pt - 2t^2}{p - t + pt - t^2}; & \text{ б) } \frac{a - b + 4ab - 4b^2}{a - b + ab - b^2}; \\
\text{ в) } \frac{12m + 8n - 3m^2 - 2mn}{3m^2 + 2mn - 3m - 2n}; & \text{ г) } \frac{24k + 16l + 6k^2 + 4kl}{6k^2 + 4kl + 6k + 4l}. \\
182. \text{ a) } \frac{p - t + 2pt - 2t^2}{1 + 4t + 4t^2}; & \text{ б) } \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - b - ab + b^2}; \\
\text{ в) } \frac{m^3 - 1}{4m^2 + 3mn - 4m - 3n}; & \text{ г) } \frac{6k + 5l + 6k^2 + 5kl}{k^3 + 1}. \\
183. \text{ a) } \frac{2m - 2n - 3mn - 3n^2}{16m + 54mn^3}; & \text{ б) } \frac{a - b + 4ab - 4b^2}{48ab^3 + 3ab + 24ab^2}; \\
\text{ в) } \frac{8x^2 + 10xy}{4x^2 + 5xy - 4x - 5y}; & \text{ г) } \frac{p^3 + p^2}{3p^2 + 4pq + 3p + 4q}. \\
184. \text{ a) } \frac{a + 2 + ab + 2b}{b^2 + 2b + 1}; & \text{ б) } \frac{2x - 2y + x^2 - xy}{x^2 - y^2}; \\
\text{ в) } \frac{c^2 - 9 - 3d - cd}{c^2 - 9}; & \text{ г) } \frac{4a^2 - b^2 + 2a^2b - ab^2}{4a^2 - 4ab + b^2}. \\
185. \text{ a) } \frac{x^2 - 49}{16 - (x - 3)^2}; & \text{ б) } \frac{(x - 1)^2 - 144}{x^2 - 121}; \\
\text{ в) } \frac{81 - 36t + 4t^2}{(2t - 3)^2 - 36}; & \text{ г) } \frac{25 - (5x - 1)^2}{36 - 60x + 25x^2}.
\end{array}$$

Постройте график функции:

186. а) $y = \frac{x^2 - 2x}{2 - x}$; в) $y = \frac{x^2 + 3x}{x}$;

б) $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$; г) $y = \frac{x^2 - 16}{4 - x}$.

187. а) $y = \frac{x^3 - 9x}{(3 - x)(3 + x)}$; в) $y = \frac{25x - x^3}{x^2 + 5x}$;

б) $y = \frac{8x^2 - 32}{x^2 - 4}$; г) $y = \frac{3x^2 + 6x}{-x^2 - 2x}$.

188. а) $y = \frac{(-x^3)^2}{-x^4}$; в) $y = \frac{x^3 + 3x^2}{x + 3}$;

б) $y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{x^4 + 2x^3}{-2x - x^2}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

1. Данные и ряды данных*

II.1. Устно решите уравнения:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $2x = -4$; | 6) $16 - x = 2x + 1$; |
| 2) $4x = 25 - x$; | 7) $-4x - 8 = 0$; |
| 3) $17 + x = 8$; | 8) $12x - 11 = -11(x + 1)$; |
| 4) $3(x + 2) - 2 = x$; | 9) $1 - x - 6 = 2x$; |
| 5) $3 - x = 4 - (1 - 3x)$; | 10) $-2 - (3 - x) = -7$. |

- а) Выпишите поочередно корни всех уравнений в строчку через запятую. (Сверьте свой ответ с ответом задачника.)
- б) Сколько всего чисел выписано в строчку?
- в) Найдите разность между наибольшим и наименьшим из выписанных чисел.
- г) Какое число встретилось чаще всего?

Итак, в ряд выписаны все полученные данные — корни уравнений 1)–10). Получился *ряд данных*.

В пункте а) вы нашли *объем* ряда данных. Так называют количество всех данных.

Разность, вычисленную в пункте в), называют *размахом* ряда данных. Чем меньше размах, тем «кутнее» на координатной прямой расположены данные. Наоборот, большой размах показывает, что некоторые данные заметно отличаются друг от друга.

В пункте г) вы нашли *моду* ряда данных. Это самый «модный» результат, тот, который чаще всего встречается в ряде данных.

- д) Сколько всего раз встретилось число 5?
- е) Сколько всего раз встретилась мода ряда?
- ж) Какую часть (какую долю) от объема ряда данных составляют числа, равные 0?
- з) Какова процентная доля данных, равных 0?
- и) Какова процентная доля отрицательных чисел?
- к) Какова процентная доля четных чисел?
- л) Какова процентная доля неположительных чисел?
- м) Какова процентная доля моды?

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 1 «Математический язык. Математическая модель».

П.2. На координатной прямой отметьте точки $A(-4)$, $B(-3)$, $C(-2)$, $D(-1)$, $E(2)$.

а) Заполните таблицу, вычислив расстояния между указанными парами точек:

Точки	A и B	A и C	A и D	A и E	B и C	B и D	B и E	C и D	C и E	D и E
Расстояние										

б) Каков объем ряда, состоящего из расстояния между этими точками?

в) Чему равен размах этого ряда?

г) Найдите моду ряда данных и ее процентную долю.

д) Перечислите в порядке возрастания все различные значения расстояний.

е) Заполните таблицу:

Различные значения расстояний (в порядке возрастания)						
Сколько раз встретилось расстояние						

ж) Какова процентная доля расстояния, равного 2?

з) Постройте круговую (процентную) диаграмму, соответствующую последней таблице.

Найдите количество двузначных натуральных чисел, содержащихся в каждом из промежутков: $[11; 17]$, $[0; 12]$, $(-\infty; 16]$, $[0; 10)$, $(-\infty; 14)$, $(92; +\infty)$, $[12; 19)$, $(0; 13]$, $(13; 20]$, $(-\infty; 26]$. Все найденные результаты выпишите в строчку через запятую.

П.3. а) Какой ряд данных получился? (Перед выполнением следующих заданий сверьте свой ответ с ответом заданника.)

б) Укажите наибольшее число в ряде данных.

в) Чему равен размах ряда?

г) Найдите объем ряда данных.

П.4. а) Заполните таблицу:

Различные результаты (в порядке возрастания)					
Сколько раз встретился результат					

б) Какова процентная доля результата, равного 0?

в) Найдите моду ряда данных и ее процентную долю.

г) Постройте круговую (процентную) диаграмму, соответствующую таблице.

Перед решением следующих задач сформулируем *правило умножения*, с которым вы уже встречались в 5-м и в 6-м классах.

Если предмет А первого типа можно выбрать n способами, после каждого из которых предмет В второго типа можно выбрать m способами, то пару предметов (А, В) можно выбрать nm способами.

Например, если в левом кармане лежат 7 монет, а в правом кармане лежат 9 монет, то имеется $7 \cdot 9 = 63$ способа выбрать одну монету из левого кармана и одну — из правого кармана.

П.5. Для вариантов № 1 и № 2 контрольной работы учителю надо выбрать по одному из следующих уравнений (в разных вариантах уравнения должны быть различными):

$$\begin{array}{ll} x + (x - 5) = 15; & 8x - x = 21; \\ 2 - 7(x + 2) = 6(x - 2); & 5(x + 2) - 6(x - 2) = 5. \\ 3(2 - x) - 1 = 5 - 7x; & \end{array}$$

- а) Сколько всего способов такого выбора существует?
- б) Сколько всего способов такого выбора существует, если в обоих вариантах корень уравнения должен быть отличен от 0?
- в) Сколько всего способов такого выбора существует, если хотя бы в одном из вариантов корень уравнения должен быть отличен от 0?
- г) Сколько всего существует способов выбора различных уравнений для составления трех вариантов контрольной работы?

П.6. В выражение $ax + by$ вместо a и b можно подставить одно из чисел 1, 2, ..., 8, 9. Сколько всего различных выражений с переменными x и y может получиться? Сколько среди них будет выражений, в которых:

- а) b равно 7 или 9;
- б) a в два раза больше, чем b ;
- в) a четно, а b нечетно?

П.7. У прадедушки — два сына и дочь. У каждого из сыновей прадедушки — сын и дочь, а у его дочери — два сына. У каждой внучки прадедушки — два сына, а у каждого внука — две дочери.

- а) Нарисуйте генеалогическое дерево этой семьи.
- б) Сколько у прадедушки всего внуков и внучек?
- в) Сколько у прадедушки всего правнуков и правнучек?
- г) Сколько у него всего потомков?

2. Упорядоченные ряды данных. Таблицы распределения*

Если в некотором измерении данных много, то лучше их как-то упорядочить. Например, если подряд записать сотню телефонных номеров и имена их владельцев, то в таком списке легко запутаться. Совсем другое дело, если расположить те же номера по алфавиту заглавных букв фамилий или имен абонентов. Тогда на каждую букву, скорее всего, придется не более 7—8 номеров, и поиск нужного номера станет простым делом.

Статистическая обработка данных, как правило, начинается с расположения данных в каком-либо разумном порядке: по алфавиту, по числовому значению, в таблице, в столбчатой или круговой диаграмме, в виде дерева возможных вариантов и т. д. Мы начнем с простейших способов *упорядочивания* данных.

В упражнении № 6.37 а) (см. с. 39) надо отметить на координатной плоскости 14 точек. Ряд данных, состоящий из абсцисс этих точек, выглядит так:

$-1, -3, -3, -2, 3, 3, 0, 3, 3, -3, -3, 1, 1, 1$.

Его можно упорядочить по возрастанию абсцисс. А именно, сначала выписать все абсциссы, принимающие наименьшее значение -3 . Их будет четыре. Справа от них приписать следующую по величине абсциссу -2 . Она встретилась один раз. Затем написать две абсциссы, равные 1 . Потом пойдет 0 , две единицы и на правом конце ряда останутся четыре абсциссы, равные 3 :

$-3, -3, -3, -3, -2, -1, -1, 0, 1, 1, 3, 3, 3, 3$.

Получился *упорядоченный ряд данных*. Сами данные в нем не изменились по сравнению с исходным рядом данных, изменился только порядок следования. Грубо говоря, мы расположили первоначальные данные «по росту».

- П.8. а) Выпишите поочередно ординаты всех точек, указанных в № 6.37 б) на с. 39. (Сверьте свой ответ с ответом задачника.)
- б) Каков объем и размах полученного ряда данных?
- в) Составьте упорядоченный ряд данных.
- г) Какова мода этого ряда данных? Сколько раз она встретилась?
- д) Сколько всего раз встретилось число -4 ?
- е) Сколько всего раз встретилось число -2 ?
- ж) Сколько всего раз встретилось число 2 ?
- з) Сколько всего раз встретилось число 7 ?

Вместо того чтобы в задаче № П.8 в) выписывать $0, 0, 0, 0, 0$, можно сказать, что число 0 встретилось 5 раз. Так же можно поступить и с остальными числами. Сбранную информацию соберем в таблице:

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 2 «Линейная функция» учебника и задачника.

Результат (ординаты точек)	-4	-2	0	2	7
Сколько раз встретился в ряде данных	2	4	5	2	2

Получилась *таблица распределения данных*.

Зная упорядоченный ряд данных, нетрудно составить таблицу распределения: вместо повторений одного и того же числа записываем количество этих повторений. Верно и обратное: если известна таблица распределения, то можно восстановить упорядоченный ряд данных. Например, пусть таблица распределения данных какого-то измерения выглядит так:

Результат измерения	-3	-1	5	7	8
Сколько раз встретился в ряде данных	3	4	2	1	5

Из нее получается такой упорядоченный ряд данных:

-3, -3, -3, -1, -1, -1, -1, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 8, 8.

П.9. Приведите левые части следующих уравнений к виду $ax + by + c$:

- 1) $3x - 4y + 5 = 0$;
- 2) $0,5(4x + 1) - y = 0$;
- 3) $y - x = 0$;
- 4) $x = 0$;
- 5) $y = 0$;
- 6) $5y - 4 = 0$;
- 7) $3(x + 2y) - 8 = 0$;
- 8) $5 - 1,5(y - 2x) = 0$;
- 9) $2(x + 2y) - 21 = 0$;
- 10) $-(2y - 3x) + 1 = 0$;
- 11) $5 - 3(y - x) = 0$;
- 12) $-(x - y) + 1 = 0$;
- 13) $0,5(3y - 2x) + 5 = 0$.

- а) Запишите ряд данных, состоящий из коэффициентов при переменной x .
- б) Найдите объем и размах полученного ряда данных.
- в) Составьте упорядоченный ряд данных.
- г) Чему равна мода? Сколько раз она встретилась в ряде данных?
- д) Сколько раз встретилось число -1, число 0, число 1, число 2?
- е) Составьте таблицу распределения полученных данных.
- ж) Сложите все числа во второй строке таблицы распределения. Объясните, почему ответ совпал с объемом ряда данных.
- з) Может ли во второй строке какой-либо таблицы распределения данных стоять число 0?

На контрольной по алгебре ученики 7 «Б» класса получили такие оценки:

№	Ученик	Оценка	№	Ученик	Оценка	№	Ученик	Оценка
1	Петя А.	3	10	Павел К.	4	19	Леша С.	4
2	Вера А.	5	11	Света К.	3	20	Андрей С.	5
3	Лена А.	4	12	Сергей К.	2	21	Валера Т.	3
4	Коля Б.	н	13	Клава К.	н	22	Витя У.	4
5	Маша В.	3	14	Артем Л.	5	23	Митя Ф.	5
6	Галя Г.	4	15	Анна Л.	4	24	Виталий Ю.	4
7	Вая Д.	2	16	Ксения М.	5	25	Надя Я.	3
8	Слава Д.	5	17	Тоша Н.	4			
9	Володя Е.	4	18	Тансия О.	2			

- П.10.** а) Найдите количество «пятерок», «четверок», «троек» и «двоек».
 б) Составьте таблицу распределения оценок, включая оценку «н» — «не был на контрольной работе».
 в) Найдите процентную долю каждой оценки.
 г) Нарисуйте круговую диаграмму распределения оценок за контрольную работу.
- П.11.** а) Составьте таблицу распределения оценок, полученных мальчиками.
 б) Нарисуйте круговую диаграмму распределения оценок, полученных мальчиками.
 в) Составьте таблицу распределения оценок, которые получили девочки.
 г) Нарисуйте круговую диаграмму распределения оценок, полученных девочками.

При решении задачи № П.10 а) удобно действовать так. Сначала составим таблицу распределения оценок, не заполняя пока клетки второй строки:

«н»	«2»	«3»	«4»	«5»

После этого будем двигаться по списку класса и поочередно учитывать каждую оценку: ставить очередную наклонную палочку / в нужную клетку таблицы. Вот что получится после того, как будет учтена оценка пятой по списку ученицы Машы В.:

«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
/		//	/	/

А вот промежуточный результат после учета оценки Павла К.:

«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
/	/	//	////	//

После учета всех 25 оценок получится такая таблица:

«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
//	///	###	### ///	### /

В ней каждая пятая по счету палочка перечеркивает предыдущие четыре. Так, как говорили в старину, «по пяткам», действительно удобнее считать. Теперь осталось во второй строке вместо палочек в каждой клетке записать количество этих палочек.

Результат (оценка за контрольную работу)	«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
Сколько раз он встретился	2	3	5	9	6

Десять спортсменов соревновались в прыжках в высоту, в длину, вправо и влево. Вот какие места они заняли:

	Высота	Длина	Вправо	Влево	Сумма
Вова	5	3	8	2	
Вася	9	8	3	7	
Витя	8	9	7	3	
Валера	1	4	5	8	
Веня	3	2	2	10	
Виталик	7	7	4	9	
Вадик	4	1	9	4	
Владик	10	10	1	5	
Витас	2	5	10	1	
Ваня	6	6	6	6	

- П.12.** а) Для каждого прыгуна подсчитайте сумму занятых им мест.
б) Кто из прыгунов победил (набрал наименьшую сумму мест)?
в) Кто из прыгунов оказался последним (набрал наибольшую сумму мест)?
г) Каков объем и размах ряда данных, состоящих из суммы занятых мест?

- П.13. а) Сколько прыгунов набрали 27 в сумме мест?
 б) Сколько прыгунов набрали 18 в сумме мест?
 в) Составьте таблицу распределения сумм мест.
 г) Постройте круговую диаграмму распределения сумм мест.

Таким образом, мы познакомились с начальными понятиями того, как происходит *статистическая обработка данных*. Отметим, что данные практически всегда являются результатом какого-либо *измерения*. Либо вы измеряете рост или вес человека, либо записываете показания счетчика электроэнергии, либо результаты в беге на стометровку и т. п. Вместо длинного словесного оборота *объем ряда данных некоторого измерения* говорят более кратко: *объем измерения*. Точно так же вместо *размаха* или *моды ряда данных измерения* говорят просто о *размахе измерения* или *моде измерения*.

Используя в качестве коэффициентов k и m числа $-2, -1, 0, 1, 2$, составляют различные формулы линейной функции $y = kx + m$.

- П.14. а) Сколько всего различных формул можно составить?
 б) У скольких из полученных формул коэффициент k будет отрицателен?
 в) У скольких из этих формул коэффициент m будет неотрицателен?
 г) У скольких из этих формул коэффициенты k и m будут различны по знаку?
- П.15. Графики скольких из этих функций будут:
 а) проходить через начало координат;
 б) проходить через точку $A(1; 0)$;
 в) проходить через точку $B(0; 1)$;
 г) параллельны графику функции $y = 5 - x$?

3. Нечисловые ряды данных*

Вот список финалистов (не победителей) чемпионатов мира по футболу, начиная с 1930 года: Аргентина, Чехословакия, Венгрия, Бразилия, Венгрия, Швеция, Чехословакия, ФРГ (Федеративная Республика Германия — так называлась западная часть Германии с 1949 по 1990 год), Италия, Нидерланды, Нидерланды, ФРГ, ФРГ, Аргентина, Италия, Бразилия, Германия, Франция. Этот список (этот ряд) состоит из 18 данных: именно столько к 2009 году было проведено чемпиона-

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 3 «Системы двух линейных уравнений с двумя переменными».

тов мира по футболу. Значит, объем ряда равен 18. Можно составить и таблицу распределения. В ней будет отмечено, что Венгрия, Швеция и Франция встретились по одному разу, немецкая команда (мода ряда) — четыре раза, а все остальные команды из списка — дважды. Можно нарисовать и круговую диаграмму.

В статистике в таких случаях говорят, что получился не числовой, а *номинативный* ряд данных: мы «измерили» данные не в числах, а в именах, в названиях, в *номинациях**.

П.16. Четыре прямые l , m , p , q заданы уравнениями: $y = 3$ (прямая l), $x - y = 0$ (прямая m), $x + y = 1$ (прямая p), $x = -2$ (прямая q).

а) Выпишите поочередно названия прямых, на которых лежат точки:

$A(1; 1)$, $B(-3; 3)$, $C(6; -5)$, $D(33; 3)$, $E(-3; 4)$, $F(-2; -22)$, $G(1; 0)$, $H(0; 1)$, $J(-2; 0)$, $K(0,5; 0,5)$.

б) Заполните таблицу распределения точек A , B , ..., K по прямым l , m , p , q :

Прямая	l	m	p	q
Какие точки лежат на прямой				
Сколько точек лежит на прямой				

в) Найдите объем измерения (т. е. общее количество точек).

г) Найдите моду, т. е. прямую, которая встретила чаще всего. Сколько раз она встретила?

д) Найдите процентную долю моды.

П.17. Даны пять точек: $A(2; 1)$, $B(-1; 1)$, $C(0; 4)$, $D(-2; 0)$, $E(0; 0)$.

а) Выпишите поочередно названия точек, через которые проходят следующие прямые:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $x + y = 3$; | 6) $x - y + 4 = 0$; |
| 2) $x - y - 1 = 0$; | 7) $x = 2$; |
| 3) $4x + y = 4$; | 8) $x + 2 = 0$; |
| 4) $x + y + 2 = 0$; | 9) $y + x = 0$; |
| 5) $y - 6 = 3x$; | 10) $10x = 13y$. |

* Слово *номинация* (от лат. *nominatio* — наименование), наверное, знакомо вам по разнообразным конкурсам. В них награждение происходит, как правило, по определенным направлениям, каждое из которых имеет свое название, свое имя. Например, «Самый быстрый», «Самый веселый» и т. п.

б) Заполните таблицу распределения прямых по точкам:

Точка	A	B	C	D	E
Какие прямые проходят через точку					
Сколько прямых проходит через точку					

- в) Найдите объем измерения.
 г) Через какую точку проходит меньше всего прямых?
 д) Через какие точки проходит наибольшее число прямых?

Обратите внимание, в задаче П.17 и через точку A, и через точку D проходит наибольшее число прямых (по 3). Значит, у нас есть *две моды*. Такие распределения часто называют *бимодальными*. Приставка *би-* во многих случаях означает удвоение (например, *бицепс* — двуглавая мышца).

Напомним правило подсчета вероятности, с которым вы познакомились в 6-м классе.

Вероятность случайного события равна дроби, в знаменателе которой содержится число всех равновероятных возможностей, из которых состоит достоверное событие, а в числителе — число тех возможностей, при которых рассматриваемое событие происходит.

П.18. В приведенном правиле замените каждое слово количеством всех букв в этом слове (с учетом повторений букв; знаки препинания не считать).

- а) Какой числовой ряд данных получился? (Перед выполнением следующих заданий сверьте свой ответ с ответом задачника.)
 б) Сколько раз в этом ряде встретилось число 1?
 в) Какова мода этого ряда?
 г) Заполните таблицу распределения количества букв:

N — количество букв	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Сколько слов состоит из N букв															

- П.19. а) В приведенном выше правиле замените каждое слово первой буквой этого слова. Какой (буквенный) ряд данных получился? (Сверьте свой ответ с ответом задачника.)
 б) Сколько раз в этом ряде встретилось буква «в»?

в) Составьте упорядоченный по алфавиту ряд данных.

г) Заполните таблицу распределения первых букв:

Первая буква слова	а	в	д	з	и	к	п	р	с	т	ч
Сколько слов начинаются с этой буквы											

Заметим, что распределение в задаче П.19 г) *бимодальное*: с букв «в» и «с» начинается наибольшее количество слов (по 6) этого правила.

П.20. Однажды летом, в небывало жаркий день, на главной набережной приморского города *N* в одном из киосков «Мороженое» фирмы «Лед и пламень» провели такой подсчет.

Сорт мороженого	Сколько штук продано
№ 1	16
№ 2	10
№ 3	20
№ 4	32
№ 5	38
№ 6	21
№ 7	17
№ 8	7
№ 9	4
№ 10	3
№ 11	13
№ 12	5
№ 13	5
№ 14	7
№ 15	2

а) Найдите объем измерения, т. е. подсчитайте, сколько всего мороженого было продано.

б) Какова процентная доля дорогих сортов № 11—15?

в) Какова процентная доля дешевых сортов № 1—5?

г) Найдите процентную долю моды измерения.

П.21. (Продолжение задачи П.20.) В тот же день в другом киоске той же фирмы произвели подсчет распределения такого же общего количества проданного мороженого.

Однако результаты сразу перевели в проценты. Получилось вот что:

Сорт мороженого	Сколько продаю, %
№ 1	12
№ 2	5
№ 3	7
№ 4	15
№ 5	14
№ 6	15
№ 7	8
№ 8	3
№ 9	2
№ 10	2
№ 11	7
№ 12	2
№ 13	3
№ 14	4
№ 15	1

- а) Сколько штук самого дорогого сорта — сорта № 15 — было продано?
- б) Сколько штук дешевых сортов № 1—5 было продано?
- в) По результатам продаж двух киосков определите процентную долю трех самых популярных сортов.
- г) Фирма заказывает партию из 10 000 штук мороженого для 50 киосков. Сколько примерно штук мороженого сорта № 5 разумно заказать?

Даны системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 6y + 5 = 0, \\ 2y = x - 7; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6x + 7, \\ \frac{y - 7}{3} = 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 5y - 7 = 0, \\ y = x + 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 1,5y = 16, \\ y = 5 - \frac{8x}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 2y + 11 = 0, \\ y = x - 11. \end{cases}$$

- П.22. Из данных систем уравнений случайным образом выбирают одну. Какова вероятность того, что выбранная система:
- а) не имеет решений;
 - б) имеет бесконечно много решений;
 - в) имеет хотя бы одно решение;
 - г) имеет единственное решение?
- П.23. Для варианта № 1 контрольной работы случайным образом выбирают одну из данных систем уравнений, а для варианта № 2 — одну из оставшихся.
- а) Сколько всего имеется вариантов такого выбора?
 - б) В скольких случаях система в варианте № 2 не будет иметь решений?
 - в) В скольких случаях обе выбранные системы имеют хотя бы одно решение?
 - г) В скольких случаях обе выбранные системы имеют единственное решение?

4. Составление таблиц распределений без упорядочивания данных*

Откройте задачник на с. 82 и посмотрите на условия задач № 15.1—15.6. Они однотипны: ответ в каждой из них имеет вид $(A)^k$, где A — некоторое числовое или буквенное выражение, а k — некоторое натуральное число, показатель степени. В задачах П.29 и П.30 речь идет о распределении этих показателей.

- П.24. а) Найдите наименьшее значение k .
 б) Найдите наибольшее значение k .
 в) Каков размах измерения показателя степени в задачах № 15.1—15.6 (пункты а)—г)?
 г) Каков объем измерения показателя степени в этих задачах?

В П.24 таблица распределения показателей степеней будет иметь вид:

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
Сколько раз встретилось k							

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 4 «Степень с натуральным показателем и ее свойства».

Как заполнить пустые клетки? Можно выписать весь ряд данных, т. е. все показатели степени из всех задач № 15.1—15.6. После этого упорядочить ряд и тогда легко будет заполнить таблицу распределения. Но можно провести такое заполнение и *без выписывания рядов данных*. Для этого вставим в таблицу дополнительную среднюю строку. В ней будем проводить промежуточные подсчеты.

В № 15.1 а) ответ 3^4 , т. е. $k = 4$. Поставим одну палочку во второй строке под четверкой:

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
k встретилось			/				

В № 15.1 б), в), г) ответы таковы: 7^6 ; $0,5^2$; $8,4^5$, т. е. $k = 6$, $k = 2$, $k = 5$. Поставим по одной палочке во второй строке под шестеркой, двойкой и пятеркой. Вот как в этот момент выглядит наша (не до конца заполненная) таблица:

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
k встретилось	/		/	/	/		

- П.25. а) Внесите в таблицу результаты задачи № 15.2. Сверьте свой ответ!
 б) Внесите в таблицу результаты задачи № 15.3. Сверьте свой ответ!
 в) Внесите в таблицу результаты по всем задачам № 15.1—15.6.
 г) Добавьте третью строку, в которой сосчитайте, сколько всего раз встретился показатель k .

Проверьте свой ответ! Мы получили таблицу распределения, в которой показатели степеней 3, 4, 5 и 6 встречаются одинаковое количество раз (по 5). Это почти *равномерное* распределение. При таком распределении говорить о моде было бы странно: ведь почти все данные находятся в одинаковом положении. Заметим, что столбец под числом 7 следует убрать, так как показатель степени 7 не встретился ни разу: нет данных — нет столбца.

- П.26. В № 18.1—18.6 (см. с. 92—93) все выражения имеют вид $(A)^k$, где A — буквенное выражение, а k — показатель степени.
 а) Найдите наименьшее значение k .
 б) Найдите наибольшее значение k .
 в) Каков размах измерения?
 г) Каков объем измерения?
 д) Входит ли число 17 в данные этого измерения? Сколько раз?

- е) Входит ли число 7 в данные этого измерения? Сколько раз?
- ж) Составьте таблицу распределения показателей степени k по условию задач № 18.1—18.6.
- з) Сколько различных показателей k встретилось в условии этих задач?

В интернет-магазине начали продавать новые компьютерные игры № 1—6. По результатам продаж через неделю на сайте магазина была размещена диаграмма (рис. 69).

!!! Хит продаж — игра № 4, продано 102 экземпляра!!!

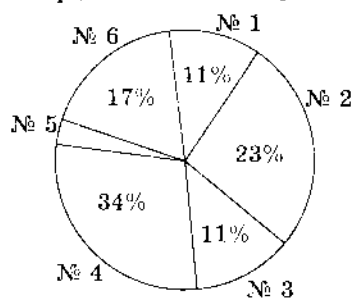


Рис. 69

- П.27. а) Какова процентная доля игры № 5?
- б) Сколько игр составляет 1% продаж?
- в) Сколько всего игр продано за эту неделю?
- г) Заполните таблицу распределения количества проданных игр:

Номер игры	1	2	3	4	5	6	Всего: игр
Кол-во проданных игр							Всего: штук

- П.28. Приведите примеры:
- а) двух игр с одинаковыми показателями продаж;
- б) двух игр, суммарные продажи которых составили более половины всех продаж;
- в) двух игр, суммарные продажи которых составили 40 %;
- г) четырех игр, суммарные продажи которых составили более 40 %, но менее 50 %.

Во всех школах микрорайона была проведена проверочная работа по теме «Степень с натуральным показателем и ее свойства». Работу по болезни не писали 20 семиклассников. Вот итоги работы:

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»	Всего: 4 оценки
Процент получивших оценку (от общего числа семиклассников)	10 %	20 %	40 %	25 %	Всего: 95 %

- П.29. а) Какой процент составляют школьники, пропустившие эту контрольную?
 б) Найдите общее количество семиклассников микрорайона.
 в) Сколько школьников составляют 1% от общего числа семиклассников в этих школах?
 г) Сколько всего семиклассников получили «4» или «5»?

- П.30. а) Заполните таблицу распределения результатов из задачи П.29:

Оценка	«1»	«2»	«3»	«4»	«5»	Всего: 5 оценок
Число получивших оценку						Всего:

- б) Каков размах этого измерения?
 в) Укажите моду измерения. Сколько раз она встретилась?
 г) Постройте круговую диаграмму по данным таблицы из пункта а).
- П.31. В равенство $a^n \cdot a^{25} \cdot a^k = a^{36}$ следует поставить такие натуральные показатели n и k , чтобы равенство стало тождеством.
- а) Сколько существует способов такой подстановки?
 б) В скольких случаях верно неравенство $n < k$?
 в) В скольких случаях n и k различны между собой?
 г) В скольких случаях отношение $k : n$ будет целым числом?
- П.32. Среди следующих равенств есть верные, но могут быть и неверные:

$$(a^5 : a^2)^3 = a^9, \quad (b^3)^2 = b^5, \quad (x^3 \cdot x^4)^5 = x^{35},$$

$$(a^5 : a : a^2)^2 = a^4, \quad (t^2)^5 : t = t^9.$$

На карточке № 1 записывают одно из равенств, а на карточке № 2 — одно из оставшихся равенств.

- а) Сколько существует способов такого выбора двух равенств?
 б) В скольких случаях на обеих карточках будут верные равенства?
 в) В скольких случаях на обеих карточках будут неверные равенства?
 г) В скольких случаях основания степеней на обеих карточках совпадут между собой?

5. Частота резултата. Таблица распределения частот*

Откройте задачник на с. 99. Выпишем все цифры, использованные при записи задачи № 20.1 (включая сам номер): 2, 0, 1, 3, 1, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 9, 2, 3. Получился числовой ряд из 14 данных. Результат 9 встретился реже всего — 1 раз. Если 1 поделить на 14, то получится частота результата 9 в этом ряде.

$$\text{Частота результата} = \frac{\text{Сколько раз результат встретился}}{\text{Объем ряда данных}}$$

- П.33.** а) Для ряда 2, 0, 1, 3, 1, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 9, 2, 3 составьте упорядоченный ряд данных.
б) Найдите размах и объем этого ряда.
в) Запишите дробь, равную частоте результата 0. Запишите дробь, равную частоте результата 5.
г) Назовите результаты, у которых частота наибольшая.

- П.34.** а) Заполните таблицу распределения:

Результат	0	1	2	3	5	9	Всего:
Сколько раз встретился							Всего:

- б) Дополните таблицу из пункта а) еще одной строкой снизу. Назовите ее «Частота результата». Подсчитайте частоту каждого результата и внесите полученные числа в таблицу.
- в) Вычислите сумму всех дробей в третьей строке таблицы (см. пункт б)), результат запишите в последнюю клетку.
- г) Может ли частота какого-то результата равняться нулю?

- П.35.** Подсчитайте все буквы русского алфавита, использованные при записи задачи № 20.6 (с учетом повторений и включая буквы в обозначениях самих пунктов а) и б)) на с. 99. Найдите частоту буквы:
- | | |
|---------|---------|
| а) «а»; | в) «о»; |
| б) «б»; | г) «и». |

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 5 «Одночлены. Операции над одночленами».

Требуется найти значение одночлена $2a^2 \cdot b^3$, если a принимает значения $-1, 0, 1$ или 2 , а b принимает значения $0, 1$ или 2 .

- П.36.** а) Для скольких различных пар (a, b) придется проводить вычисления?
 б) Сколько отрицательных чисел будет среди результатов?
 в) Сколько нулей будет среди результатов?
 г) Какова частота результата 0?

П.37. а) Заполните таблицу:

a	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1	2	2	2
b	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
$2a^2 \cdot b^3$												

б) Заполните таблицу распределения значений одночлена $2a^2 \cdot b^3$:

Значение $2a^2 \cdot b^3$	0	2	8	16	64	Всего: 5
Сколько раз встретилось						Сумма:

в) Заполните таблицу распределения частот значений одночлена $2a^2 \cdot b^3$:

Значение $2a^2 \cdot b^3$	0	2	8	16	64	Всего: 5
Частота значения						Сумма:

П.38. Найдите частоту данной буквы в данной считалочке:

- а) «Эники-беники ели вареники», буква «и».
 б) «Я садовником родился, не на шутку рассердился», буква «я».
 в) «Вышел месяц из тумана, вынул ножик из кармана», буква «а».
 г) «Пишел-мышел шел да вышел», буква «ш».

П.39. Одночлены

$$(-ab)^3 \cdot (-b)^4, \quad 3x \cdot 4xy, \quad (2b)^4 \cdot 0,75c, \quad (-2dn)^2, \\
(-pq)^5 \cdot (-p)^3, \quad (-a)^{2009}, \quad 2ab \cdot 6c, \quad (-0,25x) \cdot (2x)^2, \\
(5c)^2 \cdot 0,48d, \quad 1,5x^2 \cdot (2x)^3, \quad (0,5y^2)^2 \cdot 4y^4, \quad (6p)^2 \cdot \frac{1}{3}p$$

приведите к стандартному виду, затем выпишите их числовые коэффициенты.

- а) Составьте упорядоченный числовой ряд коэффициентов.
 б) Составьте таблицу распределения коэффициентов
 в) Какова частота моды полученного распределения?
 г) Составьте таблицу распределения частот.

- П.40. а) Сколько различных одночленов вида $x^n \cdot y^k \cdot z^m$ можно получить, подставляя в качестве показателей n, k, m числа 1, 2, 3, 4, 5?
 б) Сколько среди них будет одночленов, у которых все три показателя будут нечетны?
 в) Сколько среди них будет одночленов, у которых все три показателя будут иметь разную четность?
 г) Сколько среди них будет одночленов, которые можно представить как квадрат другого одночлена?

- П.41. В выражении $*x^4 + (\blacksquare x^2)^2 + (\diamond x)^4$ вместо символов $*, \blacksquare, \diamond$ можно поставить числовой множитель, равный 2 или 3.

- а) Выпишите результат для случая, когда все множители равны 2. Приведите одночлен к стандартному виду.
 б) Заполните таблицу по образцу:

*	■	◇	Подстановка в $*x^4 + (\blacksquare x^2)^2 + (\diamond x)^4$	Стандартный вид одночлена
2	2	2	$2x^4 + (2x^2)^2 + (2x)^4$	$22x^4$
2	2	3		
2	3	2		
2	3	3		
3	2	2		
3	2	3		
3	3	2		
3	3	3		

- в) Сколько всего различных одночленов получится?
 г) Сколько получится одночленов с коэффициентами, кратными 4?

6. Процентные частоты.

Таблицы распределения частот в процентах*

Среди 19 данных $b, n, a, c, a, b, b, c, n, c, d, k, b, c, d, k, c, m, a$ некоторого измерения результат c встретился 5 раз. Значит, частота результата c равна $\frac{5}{19}$. Это верный результат, но работать с таким числом не всегда удобно.

Например, это невозможно практически ни на одном калькуляторе. Поэтому чаще стараются иметь дело с десятичными дробями. Например, $\frac{5}{19} = 0,263157894\dots$ или $\frac{5}{19} \approx 0,263$ (в дальнейшем мы будем ограничиваться приближениями с точностью до тысячных, т. е. до третьего знака после запятой). В статистике, как правило, десятичные дроби умножают на 100, переводя их тем самым в проценты. В данном случае получаем, что результат c составляет примерно 26,3 % от количества всех результатов. Говорят также, что 26,3 % есть *процентная частота*, или *частота в процентах* результата c .

$\text{Процентная частота} = (\text{Частота} \cdot 100)\%$
--

На самом деле, с процентной частотой результата вы уже встречались ранее (см. пункты 1 и 2 Приложения), только называли ее *процентной долей*. Правда, там ответы всегда были равны целому числу процентов, но на практике такие хорошие ответы встречаются нечасто.

Результаты некоторого измерения распределены следующим образом:

Результат	3	1	2	4	7
Сколько раз встретился	2	6	4	3	2

- П.42.** а) Найдите объем и размах измерения.
 б) Найдите моду измерения. Сколько раз она встрети-
 лась в измерении?
 в) Найдите частоту моды и представьте ее в виде обыкновенной дроби.
 г) Представьте частоту моды в виде десятичной дроби; в
 процентах.
- П.43.** а) Найдите частоту результата 7. Представьте ее в виде
 обыкновенной дроби; в виде десятичной дроби; в про-
 центах.

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 6 «Многочлены. Операции над многочленами».

- б) Найдите процентную частоту остальных результатов.
 в) Заполните таблицу распределения процентных частот:

Результат	-3	1	2	4	7
Чистота, %					

- г) Перечислите те результаты, каждый из которых составляет менее 20 % общего числа результатов.

В каждом из многочленов $xy + zt$, $(a - b)(1 - c)$, $y + xy^2$, $(ax + 1)bx$, $ax^2 + bx + c$, $(x + 1)(x + 2)$, $pqrs$, $d + e + f$, $ax + by + d$, xy , $xy(u + v)$, $x^4y^3z^2tw$, $(x + y)xy$ устно определите количество переменных. Выпишите в ряд полученные результаты.

- П.44. а) Какой результат встречается реже всего? Сколько раз?
 б) Каков объем этого ряда?
 в) Составьте таблицу распределения количества переменных в данных многочленах.
- П.45. а) Найдите процентную частоту наиболее редкого результата.
 б) Найдите процентную частоту моды измерения.
 в) Составьте таблицу распределения процентных частот всех результатов.
 г) Постройте соответствующую круговую диаграмму.

Обратите внимание: сумма во второй строке таблицы частот (см. задачу П.45, пункт в)) равна 100,1 %. *Больше 100 %!* На первый взгляд — очень странно. Ведь сначала количество всех данных (100 %) мы разбили на отдельные слагаемые (по столбцам таблицы распределения). Затем сложили эти слагаемые. А получили *больше*, чем было первоначально?! Объяснение простое. Смотрите: например, частота результата «1» в задачах П.44 и П.45 равна $\frac{1}{13}$, а $\frac{1}{13} = 0,0769230769230769230... \approx 0,077$. Значит, ответ 7,7 % является *приближенным*, мы немного увеличили точное значение. Небольшое увеличение получается и для других частот: $\frac{2}{13} = 0,153846153846... \approx 0,154$, или 15,4 %. При сложении всех результатов эти небольшие ошибки накапливаются и получается ответ 100,1 %. Итак, давайте запомним: *ответы для процентных частот могут быть не точными, а приближенными*.

По итогам чемпионата Европы по футболу 2008 года на сайте www.ftb.ru определялся лучший игрок сборной России. Проголосовало 7000 человек. Результаты голосования занесены в таблицу:

Игрок	Кол-во голосов «за», %
Анюков	3,8
Аршавин	31,8
Жирков	
Зырянов	4,9
Колодин	8,4
Павлюченко	
Семак	6,6
Семшов	1,3

- П.46.**
- а) Сколько человек составили 0,1 % от числа проголосовавших?
 - б) Каков (в процентах) результат голосования за игроков «Зенита» (Анюкова, Аршавина, Зырянова)?
 - в) Результаты голосования за Жиркова и Павлюченко оказались одинаковыми. Чему (в процентах) они равны?
 - г) Сколько человек проголосовало за Жиркова и Павлюченко вместе?
- П.47.**
- а) Сколько человек проголосовало за Аршавина?
 - б) Сколько человек проголосовало за трех лучших по итогам опроса игроков?
 - в) На сколько человек больше проголосовали за нападающих (Аршавина, Павлюченко), чем за защитников (Анюкова, Жиркова, Колодина)?
 - г) Заполните таблицу распределения числа голосовавших:

Игрок	Кол-во голосов «за»
Анюков	
Аршавин	
Жирков	
Зырянов	
Колодин	
Павлюченко	
Семак	
Семшов	

Напомним, что *степенью одночлена* называют сумму показателей степеней входящих в состав одночлена переменных. Например, xy^2z^3 — это одночлен 6-й степени: $1 + 2 + 3 = 6$, а $-9a^7b^5(c^2)^2$ — это одночлен 16-й степени: $7 + 5 + 2 \cdot 2 = 16$.

Приведите к стандартному виду многочлены:

- 1) $x^2 + 2y^3(1 + 3xy)$;
- 2) $(8a^3 + b)(1 + 0,5a)a^3$;
- 3) $b(d^2 - 3)^2(d^3 + 1)$;
- 4) $(a - 12b^4)(a - 0,5b^4)$;
- 5) $24x(x^2 + 2)(2 + 0,25x^2)$;
- 6) $(8x^2y + z)(t - 0,125x^2)$;
- 7) $(1 - 3c)(1 + c)(1 - 2c)$.

В каждом многочлене подчеркните одночлен наибольшей степени.

- П.48.** а) Запишите поочередно значения степеней подчеркнутых одночленов.
б) Составьте таблицу распределения степеней, найденных в пункте а).
г) Составьте таблицу распределения процентных частот.
- П.49.** а) Запишите поочередно коэффициенты подчеркнутых одночленов.
б) Составьте таблицу распределения коэффициентов, найденных в пункте а).
в) Составьте таблицу распределения процентных частот.
г) Постройте круговую диаграмму распределения процентных частот.

Первый многочлен произвольно выбирают из многочленов $2a + 1$ или $a^2 - 2a$. Второй многочлен произвольно выбирают из многочленов $2a - a^2$, $3 - 2a$ или $1 - a^2$.

- П.50.** Найдите вероятность того, что степень суммы выбранных
многочленов:
а) меньше 3; в) равна 2;
б) больше 2; г) равна нулю.
- П.51.** Найдите вероятность того, что степень произведения вы-
бранных многочленов:
а) меньше 5; в) равна 3;
б) меньше 1; г) равна 4.

7. Группировка данных*

Каждый из 20 семиклассников верно решил по пять уравнений из списка, предложенного учительницей. У каждого уравнения оказалось по два различных корня. Семиклассники собрали все полученные ответы и составили таблицу их распределения.

Корень уравнения	-9	-6	-5	-2	-1	0	3	5	7	8	Всего: 10
Частота, %	3,5	13	4	9,5	14	7	12,5	9	6	8	Сумма: 100

- П.52.** а) Найдите объем измерения.
 б) Какие корни встречались чаще: положительные или отрицательные?
 в) Какова процентная частота корня 0?
 г) Сколько раз мода измерения встретила в этом измерении?
- П.53.** а) Сколько раз встретился наиболее редкий корень?
 б) Найдите корни, равные между собой по модулю. Сколько раз они встретились?
 в) Сколько раз встретились корни, которые по модулю меньше трех?
 г) Переведите таблицу распределения частот в таблицу распределения количества корней.

В задачах П.52 и П.53 среди двухсот ответов к ста уравнениям оказалось всего 10 различных чисел. Это весьма редкий случай: наверняка, многие из этих уравнений были одинаковыми. Если те же 20 учеников произвольно напишут по 10 любых чисел, то, скорее всего, различных ответов будет уже несколько десятков. Тогда таблица распределения будет состоять из нескольких десятков (например, из 70) столбцов. Понятно, что с таблицей такого размера очень неудобно работать.

Если различных результатов измерения слишком много, то их объединяют в группы и новым результатом после этого считают принадлежность к группе. При этом результатов (групп) становится меньше, а объем каждого нового результата увеличивается.

С записями в таблице происходит вот что: числа первой строки собирают вместе из нескольких столбцов, а числа второй строки при этом складывают. Например, с таблицей

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 7 «Разложение многочленов на множители».

Корень уравнения	-9	-6	-5	-2	-1	0	3	5	7	9	Всего: 10
Сколько раз встретился	7	26	8	19	28	41	25	18	12	16	Сумма: 200

из задач П.52 и П.53 можно поступить так:

Корни уравнений	От -10 до -5	От -5 до 0	От 0 до 5	От 5 до 10	Всего: 4
Сколько раз встретились	$7 + 26 = 33$	$8 + 19 + 28 = 55$	$41 + 25 = 66$	$18 + 12 + 16 = 46$	Сумма: 200

Надо только точно договориться, что значит «От... и до...». Чаше всего левый конец промежутка («От...») включают, а правый («до...») не включают.

Выпишите в ряд все переменные, поочередно встречающиеся (с учетом повторений) в многочленах:

- 1) $n + abx + cy$;
- 2) $axyz + k - c$;
- 3) $n + c$;
- 4) $cn - 2y$;
- 5) $kx(x + b)$;
- 6) $ma(x + y)xz$;
- 7) $y + xz$.

- П.54. а) Какой результат встречается реже всего? Сколько раз?
 б) Каков объем этого ряда?
 в) Составьте таблицу распределения переменных в этих многочленах.

- П.55. а) Сколько раз встретились буквы первой группы латинского алфавита (от a до j)?
 б) Сколько раз встретились буквы второй группы латинского алфавита (от k до s)?
 в) Заполните таблицу распределения переменных по группам:

Группа переменных	Первая ($a, b, \dots, j$)	Вторая ($k, l, m, \dots, s$)	Третья ($t, u, \dots, z$)	Всего: 3
Сколько раз встретились буквы				Сумма: 30

г) Заполните таблицу распределения частот по группам:

Группа переменных	Первая ($a, b, \dots, j$)	Вторая ($k, l, m, \dots, s$)	Третья ($t, u, \dots, z$)	Всего: 3
Частота, %				Сумма:

Таблицы в задаче П.55 получены на основе таблицы из задачи П.54. Обратный переход невозможен. В самом деле, если мы знаем, что переменные от a до k встретились 9 раз из 30, то точных сведений про переменную, скажем b , мы уже получить не сможем.

При группировке различных данных информация становится менее точной!

В конкурсах по литературе, по русскому языку и по математике участвовали: команда «А» (Аня, Ася, Антон), команда «Б» (Белла, Боря, Богдан) и команда «В» (Вера, Вита, Витя). За каждый конкурс можно было получить от 1 до 9 очков. Вот итоговые результаты:

	Аня	Ася	Антон	Белла	Боря	Богдан	Вера	Вита	Витя
Литература	6	4	3	2	8	7	5	9	1
Русский	1	8	4	9	5	6	2	3	7
Математика	7	5	9	4	8	2	1	6	3

П.56. а) Найдите сумму очков, набранных каждым участником, и заполните таблицу:

	Аня	Ася	Антон	Белла	Боря	Богдан	Вера	Вита	Витя
Сумма очков									

- б) Кто из учеников в итоге оказался победителем (набрал наибольшее число очков)? Кто оказался вторым? «слабым звеном»?
- в) Какое наибольшее количество очков мог набрать один участник за все конкурсы?
- г) Каков результат победителя (в процентах от наибольшего возможного количества очков)?

П.57. а) Сгруппируйте набранные очки для каждой команды и заполните таблицу:

	Команда А	Команда Б	Команда В
Сумма очков			

- б) Какая из команд победила?
- в) Какое наибольшее количество очков могла набрать одна команда за один конкурс?
- г) Каков результат победившей команды (в процентах от наибольшего возможного количества очков)?

- П.58. а) Сгруппируйте очки, набранные девочками, и очки, набранные мальчиками. Заполните таблицу:

	Девочки	Мальчики
Сумма очков		

- б) Сколько очков в среднем набрала каждая девочка?
 в) Сколько очков в среднем набрал каждый мальчик?
 г) Кто успешнее выступил: девочки или мальчики?

- П.59. Представьте многочлены $9x - xb^2$, $25 - y^2$, $x^2 - 7x$, $z^3t - 4zt$, $xy + y^2$, $d^3 - d$, $klm^2 - klm$, $ab + a + b + 1$, $a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1$, $x^2y + xy^2$, $(d^2 - 9)(16 - u^2)$, $x^2 - xy$ в виде произведения многочленов первой степени.

- а) Для каждого разложения найдите количество множителей. Составьте ряд полученных данных.
 б) Заполните таблицу распределения числа множителей:

Число множителей	2	3	4
Сколько раз встретилось			

- в) Заполните таблицу:

Число множителей	2	3	4
Частота, %			

- г) Постройте круговую диаграмму распределения частот в процентах.

Числитель дроби произвольно выбирают из многочленов $a^2 - 1$, $a^2 + a$, $a^3 - a$. Знаменатель произвольно выбирают из многочленов $a - 1$, $a + 1$.

- П.60. а) Сколько всего вариантов составления дроби существует?
 б) Выпишите все дроби с числителем, равным $a^3 - a$.
 в) Какие из полученных дробей являются несократимыми?
 г) В скольких случаях после сокращения получится многочлен второй степени?

- П.61.** Какова вероятность того, что после сокращения дроби получится:
- а) многочлен;
 - б) многочлен третьей степени;
 - в) многочлен второй степени;
 - г) многочлен первой степени.

8. Группировка данных (продолжение)*

Заполните таблицу значений функции $y = x^2$:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y										

- П.62.** а) Сколько значений функции $y = x^2$ лежит в пределах от 0 до 50? (Левый конец 0 промежутка включается, правый конец 50 — нет.)
- б) Заполните сгруппированную таблицу распределения значений функции $y = x^2$:

Промежуток	От 0 до 50	От 50 до 100
Число значений функции $y = x^2$		

- в) Заполните сгруппированную таблицу распределения частот значений функции $y = x^2$:

Промежуток	От 0 до 50	От 50 до 100
Частота значений функции $y = x^2$, %		

- П.63.** а) Сколько значений лежит в пределах от 25 до 50?
- б) Заполните сгруппированную таблицу распределения значений функции $y = x^2$:

Промежуток	От 0 до 25	От 25 до 50	От 50 до 75	От 75 до 100
Число значений функции $y = x^2$				

- в) Заполните сгруппированную таблицу распределения частот значений функции $y = x^2$:

Промежуток	От 0 до 25	От 25 до 50	От 50 до 75	От 75 до 100
Частота значений функции $y = x^2$, %				

- г) Постройте круговую диаграмму распределения частот.

* Ряд задач данного пункта составлен с опорой на материал главы 8 «Функция $y = x^2$ и ее график».

- П.64.** а) Найдите количество всех целых неотрицательных чисел, квадраты которых меньше 200.
 б) Найдите количество всех натуральных чисел, квадраты которых меньше 400, но больше 200.
 в) Используя таблицу квадратов целых чисел, заполните таблицу распределения значений функции $y = x^2$, $x = 0, 1, 2, \dots, 28, 29$.

Промежуток	От 0 до 200	От 200 до 400	От 400 до 600	От 600 до 800	От 800 до 1000
Число значений функции $y = x^2$					

- г) Постройте таблицу распределения процентных частот.

- П.65.** а) Заполните таблицу распределения значений функции $y = x^2$, $x = 0, 1, 2, \dots, 28, 29$:

Промежуток	От 0 до 300	От 300 до 600	От 600 до 1000
Число значений функции $y = x^2$			

- б) Переведите эту таблицу в таблицу распределения процентных частот.
 в) Постройте круговую диаграмму распределения процентных частот.
 г) Разбейте промежуток от 0 до 1000 на три промежутка так, чтобы каждому из них принадлежало по 10 значений этой функции.

- П.66.** Постройте прямоугольник с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(-2; 4)$, $C(2; 4)$, $D(2; 0)$.

- а) Сколько точек, у которых обе координаты — целые числа, принадлежат полученному прямоугольнику (включая его границы)?
 б) Изобразите часть графика функции $y = x^2$, которая принадлежит этому прямоугольнику.
 в) Сколько точек из пункта а) лежит ниже графика; на графике; выше графика? Заполните таблицу распределения точек:

Положение точки	Ниже графика	На графике	Выше графика
Число точек			

- П.67. Постройте прямоугольник с вершинами в точках $K(-3; 0)$, $L(-3; 9)$, $M(3; 9)$, $N(3; 0)$ и часть графика функции $y = x^2$, которая принадлежит этому прямоугольнику. Определите, сколько точек, у которых координаты — целые числа, принадлежит прямоугольнику (включая его границы) и лежит ниже построенного графика; на нем; выше него. Заполните таблицу по образцу, приведенному в задаче П.66.

На каждом этаже в подъезде девятиэтажного дома по одной двухкомнатной, по одной трехкомнатной и по две однокомнатных квартиры. В таблице приведены сведения о расходе электроэнергии за декабрь.

№ квартиры	кВт/ч	№ квартиры	кВт/ч	№ квартиры	кВт/ч
1	385	13	406	25	357
2	124	14	112	26	143
3	230	15	220	27	210
4	130	16	110	28	168
5	304	17	290	29	420
6	168	18	98	30	152
7	256	19	215	31	263
8	130	20	150	32	87
9	410	21	340	33	440
10	205	22	136	34	264
11	307	23	276	35	233
12	160	24	67	36	172

- П.68. а) Сколько различных показаний расхода электроэнергии получилось?
 б) Какие номера, судя по показаниям расхода электроэнергии, имеют трехкомнатные квартиры?
 в) В скольких квартирах расход оказался меньше 100 кВт/ч?
 г) В скольких квартирах расход оказался больше 400 кВт/ч?

- П.69. а) Заполните сгруппированную таблицу распределения расхода электроэнергии:

Расход электроэнергии, кВт/ч	От 0 до 100	От 100 до 200	От 200 до 300	От 300 до 400	От 400 до 500
Число квартир					

- б) Переведите ее в таблицу распределения процентных частот, постройте круговую диаграмму.
 в) Заполните таблицу распределения расхода электроэнергии, сгруппированную иначе:

Расход электроэнергии, кВт/ч	От 0 до 150	От 150 до 300	От 300 до 450
Число квартир			

- г) Переведите таблицу пункта в) в таблицу распределения процентных частот, постройте круговую диаграмму.

П.70. Пусть $f(x) = \begin{cases} *, & \text{если } x \leq 0, \\ \blacksquare, & \text{если } x > 0, \end{cases}$ а вместо символов * и $\blacksquare$ можно поставить либо x^2 , либо $-x^2$.

- а) Сколько разных функций $y = f(x)$ может быть задано таким образом?
 б) Изобразите графики функций $y = f(x)$.
 в) На графиках скольких функций $y = f(x)$ есть точки, расположенные ниже оси абсцисс?
 г) Графики скольких функций $y = f(x)$ симметричны относительно начала координат?

П.71. Пусть $f(x) = \begin{cases} *, & \text{если } x \leq 0, \\ \blacksquare, & \text{если } x > 0, \end{cases}$ а вместо символов * и $\blacksquare$ можно поставить либо x^2 , либо x . Какова вероятность того, что:

- а) функция $y = f(x)$ определена при всех x ;
 б) $f(0) = 1$;
 в) $f(1) = 1$;
 г) $f(-2) < 0$?

ОТВЕТЫ

ГЛАВА 1

- § 1** 1.6. а) 35; б) 22,5; в) $18\frac{1}{3}$; г) 15. 1.7. а) $\frac{1}{15}$; б) -1; в) 15; г) 13,5. 1.8. а) 6; б) 0,8; в) 7; г) $1\frac{2}{3}$. 1.9. а) $\frac{5}{16}$; б) $\frac{5}{8}$. 1.10. а) $43\frac{1}{3}$; б) 3,6; в) 25,6; г) 0,5. 1.11. а) $38\frac{1}{3}$; б) 2; в) -12,6; г) 2,4. 1.17. а) 156; б) 30; в) -6,4; г) 62. 1.18. а) $3600a$; б) $1440x$; в) $16\frac{2}{3}x$; г) $3,6u$. 1.22. а) $1\frac{8}{9}$; б) 5; в) $12\frac{5}{7}$; г) $8\frac{3}{17}$. 1.23. а) -0,1; б) 0,5; в) -0,9; г) -1. 1.24. а) 3; б) -9; в) 13; г) -0,14. 1.25. а) 4; б) -10; в) 0; г) 2. 1.27. а) 24; б) -2; в) 8,5; г) 4,2. 1.30. а) 3; б) 4; в) 2,4; г) -2. 1.31. а), б), в), г) 2. 1.33. а) -25; б) 0,1; в) -1; г) 11. 1.40. а) ± 3240 ; б) 0,8; в) 19,5; г) 214,5 или $215\frac{1}{3}$. 1.41. а) $\pm 2,88$; б) $\pm \frac{10}{17}$; в) 8,325; г) 44,955. 1.42. а) $9\frac{5}{6}$; б) 2,32; в) $5\frac{2}{15}$; г) 2,24. 1.45. Указание. а) Наименьшее значение выражения равно 20; б) наибольшее значение выражения равно 210.

- § 3** 3.33. 353 квартиры, 439 квартир. 3.34. 345 мест. 3.35. 65 квартир. 3.36. 32 книги. 3.37. 39 деталей, 117 деталей. 3.38. 168 деталей, 178 деталей. 3.39. 18 т, 21,6 т. 3.40. 5 лет. 3.43. 22 яблони, 62 яблони. 3.44. а) 20 деталей; б) 20 деталей; в) 17 деталей; г) 15 деталей. 3.45. 5 ч, 8 ч. 3.46. 12 км/ч, 30 км/ч, 60 км.

- § 4** 4.3. а) 13; б) 0,3; в) 1; г) 2. 4.4. а) -2; б) 18; в) -240; г) -12. 4.5. а) 2; б) -1,2; в) -2; г) -7. 4.6. а) 1; б) 2,64; в) 27; г) -0,09. 4.7. а) 22; б) -1; в) 7; г) 4. 4.8. а) 1; б) -6; в) 1; г) 5. 4.9. а) $7\frac{2}{3}$; б) 26; в) $3\frac{3}{4}$; г) -25. 4.10. а), в) x — любое число; б), г) нет корней. 4.11. а) $x = 4$; б) $y = 6$. 4.12. а) 2; б) 5. 4.13. 32 книги, 16 книг, 27 книг. 4.14. 75 человек, 50 человек, 185 человек. 4.15. 10 см, 20 см, 14 см. 4.16. 270 учащихся, 540 учащихся, 90 учащихся. 4.17. 40 г.

4.18. 147 т. **4.19.** 90 р., 70 р. **4.20.** 60 км/ч, 90 км/ч. **4.21.** 280 ц. **4.22.** 20 штук, 60 штук. **4.23.** 400 страниц. **4.24.** 5000 м. **4.25.** 14 кг, 38 кг. **4.26.** 60 км/ч, 70 км/ч. **4.27.** 5000 р., 5400 р. **4.28.** 18 листов. **4.29.** 60 км или 90 км. **4.30.** 12 км/ч. **4.31.** 12 км/ч. **4.32.** 120, 64, 312. **4.33.** 11,5 и 4,6. **4.34.** 180 кг, 60 кг. **4.35.** 55 км. **4.36.** 300 поддонов. **4.40.** 28 учеников. **4.41.** 6 дней. **4.42.** 36 учеников. **4.43.** 40 мужчин, 80 женщин.

§ 5 **5.36.** а) $(-3; 3)$; б) $(-3; 5)$; в) $0; 8$; г) $(-8; 2)$. **5.37.** а) $a = 5$; $r = 2$; б) $a = 0$, $r = 4$; в) $a = 6$, $r = 4$; г) $a = -4$, $r = 3$. **5.38.** а) $a = 3,5$, $r = 1,5$; б) $a = 2$, $r = 0,02$; в) $a = -6,5$, $r = 4,5$; г) $a = 2$, $r = \frac{1}{7}$.

5.40. $L_1(12)$, $N_1(22,5)$; $L_2(-9)$, $N_2(-19,5)$; $L_3(5)$, $N_3(-5,5)$; $L_4(-2)$, $N_4(8,5)$. **5.41.** $P_1(11)$, $M_1(3)$; $P_2(-7)$, $M_2(1)$; $P_3(-13)$, $M_3(-5)$; $P_4(5)$, $M_4(-3)$.

ГЛАВА 2

§ 6 **6.33.** $C_1(-1; -4)$, $D_1(-1; -1)$ и $C_2(7,1)$, $D_2(7; -4)$ — два решения. **6.34.** $B(-2; -2)$, $D(2; 2)$ — одно решение. **6.35.** $B(-2; -3)$, $C(4; -3)$, $D(4; 3)$. **6.37.** а) Цифра 2; б) цифра 4. **6.38.** а) Цифра 6; б) цифра 7. **6.39.** а) Верблюд; б) страус. **6.40.** а) Бегун; б) журавль.

§ 7 **7.6.** а) Нет; б) да; в) нет; г) да. **7.9.** N и K . **7.11.** а) $y = 0,5$; б) $y = -3$; в) $y = 3$; г) $y = -3$. **7.12.** а) $y = 0,8$; б) $y = -19$; в) $y = 1,7$; г) $y = 35,5$. **7.14.** а) $x = 10$; б) $x = -1$; в) $x = 4$; г) $x = -1,5$. **7.15.** а) $x = -1\frac{1}{3}$;

б) $x = 14$; в) $x = -3,5$; г) $x = -2\frac{3}{4}$. **7.16.** а) $y = 3$; б) $x = -1$. **7.21.** а) $(1; 2)$;

б) $(3; -2)$. **7.22.** б) $y = 7x - 56$, $x = \frac{1}{7}y + 8$; г) $c = -5d + 30$,

$d = -\frac{1}{5}c + 6$. **7.23.** а) $a = 8 - 2\frac{2}{3}b$, $b = 3 - \frac{3}{8}a$; б) $c = 5 - \frac{5}{6}d$,

$d = 6 - 1\frac{1}{5}c$; в) $m = 4 + \frac{1}{4}n$, $n = 4m - 16$; г) $x = 8 + 1\frac{1}{7}y$, $y = \frac{7}{8}x - 7$.

7.24. а) $t = \frac{2}{3}z - 1$, $z = 1,5t + 3$; б) $s = 9 - \frac{9}{7}t$, $t = 7 - \frac{7}{9}s$; в) $u = -\frac{2}{11}v - 2$,

$v = -5,5u - 114$; г) $r = \frac{4}{25}w + 4$, $w = \frac{25}{4}r - 25$. **7.25.** а) $(5; 5)$; б) $(8; 4)$,

$\left(\frac{20}{7}; \frac{40}{7}\right)$. **7.26.** а) 10; б) 5; в) 120; г) -14. **7.27.** а) 35; б) 2; в) 3; г) -5.

7.28. а) 13; б) 12; в) -1; г) 0. **7.29.** а) 1; б) 0,2; в) любое число; г) 1.
7.30. 3 и 2. **7.31.** 1 и 6. **7.32.** 3 и 2. **7.33.** 4 и 1. **7.34.** 6 мальчиков,
 4 девочки. **7.35.** 12 учеников. **7.39.** а) $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$; б) $b = 0, a \neq 0,$
 $c \neq 0$; в) $c = 0, (a; b) \neq (0; 0)$; г) с осью x : $a = 0, c = 0, b \neq 0$; с осью y :
 $b = 0, c = 0, a \neq 0$.

§ 8 **8.10.** а) $y = 8 - 2\frac{2}{3}x$; б) $y = 2,5x - 5$; в) $y = 3 - \frac{3}{4}x$;

г) $y = 1\frac{2}{5}x - 7$. **8.11.** а) $y = -\frac{5}{6}x$; б) $y = \frac{7}{9}x - 1\frac{2}{9}$; в) $y = 1\frac{1}{4}x$;

г) $y = 19 - \frac{2}{3}x$. **8.12.** а) $y = -19x + 5$; б) $y = 1,4x - 1,6$; в) $y = 7x - 11$;

г) $y = 14 - 0,75x$. **8.13.** а) $y = 2 - x$; б) $y = 2x + 6$; в) $y = x + 5$;
 г) $y = 6 - 6x$. **8.14.** а) $y = 1$; б) $y = -8$; в) $y = 37$; г) $y = -25$. **8.15.** а) $y = -1$;
 б) $y = -2,4$; в) $y = -7,5$; г) $y = -8,15$. **8.16.** а) $x = 3$; б) $x = 0,7$; в) $x = 0$;
 г) $x = -0,6$. **8.27.** а) (4; 8); б) (2; -1); в) (1; -1); г) (-2; -4). **8.31.** г) $x < -4$.
8.32. в) $x < 2$; г) $x > 2$. **8.33.** в) $x \leq 3$; г) $x \geq 3$. **8.45.** а) 1; 2; б) 1; 6;
 в) 0; 2; г) 0; 3. **8.46.** а) -5; 7; б) -3; 5; в) -5; 1; г) -3; 7. **8.47.** а) (3; 0);
 б) $x < 3$; в) $x > 3$; г) $x > 0$. **8.48.** а) (3; 0); б) $x < 3$; в) $x > 3$; г) $x < 0$.
8.49. а) (-5; 0), (0; 5); б) $x < -5$; в) [-5; 0]; г) 1; 6. **8.50.** а) (2; 0), (0; 6);
 б) $x \leq 3$; в) $x < 2$; г) 0; 9. **8.51.** а) (0; 45) и (-6; 0); б) (0; -7,8) и (3; 0);
 в) (0; -27,2) и (8; 0); г) (0; 36,2) и (-2; 0). **8.52.** а), б), в) Нет; г) да.
8.53. а) 4; наибольшего значения нет; б) наименьшего значения
 нет; 2; в) наименьшего значения нет; 1; г) наименьшего значе-
 ния нет; -4. **8.54.** а) 1; 3; б) 2; наибольшего значения нет; в) -3;
 наибольшего значения нет; г) нет ни наименьшего, ни наиболь-
 шего значений. **8.55.** а) (6; 6); б) (-1; -1). **8.56.** а) (-3; 3); б) (4; -4).
8.57. а) (15; 30); б) (21; 7). **8.58.** а) $m = 7$; б) $m = 6,5$; в) $m = -27$;
 г) $m = 3$. **8.59.** а) $k = \frac{1}{3}$; б) $k = -6$; в) $k = 2$; г) $k = -36$. **8.60.** $A > B$.

8.61. $D > C$. **8.62.** а) $k > 0, m > 0$; б) $k < 0, m > 0$; в) $k > 0, m < 0$;
 г) $k < 0, m < 0$. **8.64.** а) $y = -118$; б) $x = -10$. **8.65.** а) $x > -2$; б) $x < 0$;
 в) $x < -2$; г) $x > -1$. **8.66.** а) $x \geq 6$; б) $x \leq 8$; в) $x \leq 6$; г) $x \geq 2$.

§ 9 **9.3.** а) $k = 4$, функция возрастает; б) $k = -5$, функция убы-
 вает; в) $k = -5$, функция убывает; г) $k = 9$, функция возрастает.

9.6. а) $y = 1,4x$; б) $y = 4x$; в) $y = -\frac{1}{3}x$; г) $y = -3x$. **9.14.** а) $y = 2x$;

б) $y = -x$; в) $y = 0,2x$; г) $y = -3x$. **9.18.** а) $y = x + 3$; б) $y = 2x - 1$;

в) $y = -x + 2$; г) $y = -0,5x - 2$. **9.19.** $y = 0,5x + 2$; б) $y = -2x - 4$;

в) $y = \frac{2}{3}x - 4$; г) $y = -1,5x - 2$.

§ 10 10.10. а) (1; 5); в) (0; 4). 10.11. б) (1; 1); г) (1; -2). 10.12. в) (0; 8); г) (0; 0). 10.13. а) (2; 7); б) $\left(-\frac{1}{3}; -26\right)$; в) (5; -2); г) $\left(-\frac{3}{7}; 21\right)$. 10.15. а) $y = -x$; б) $y = \frac{2}{3}x$; в) $y = 2x$; г) $y = \frac{1}{2}x$. 10.16. а) $y = 3x - 2$; б) $y = -2,5x - 6$; в) $y = -5x + 3$; г) $y = 1,5x + 3$. 10.17. а) $y = -x - 2$; б) $y = 2x - 2$; в) $y = x + 1$; г) $y = -3x - 5$. 10.21. а) $x = 4$; б) $x < 4$; в) $x > 4$; г) $x \leq 4$. 10.22. $a > 0$, $b = 0$, $k \geq 0$, $m < 0$. 10.23. $a < 0$, $b > 0$, $k \leq 0$, $m \geq 0$.

ГЛАВА 3

§ 11 11.10. а) (2; 2); б) (3; -9); в) (1; 5); г) (4; -1). 11.11. а) (3; 2); б) (2; -3); в) (0; 0); г) (2; -2). 11.12. а), в) Нет решений; б), г) бесконечное множество решений. 11.13. а) (-3; -2); б) (3; -2); в) (-3; -2); г) (-2; 0). 11.15. а) (1; 2); б) (5; 4). 11.19. а) 6; б) -12. 11.20. а) $a = 5$; $b = 3$; б) $a = 2,2$; $b = -4,8$. 11.21. (2; 1).

§ 12 12.1. а) (-2; -13); б) (-0,1; -8,3); в) (-3; 9); г) (0,2; 6,8). 12.2. а) (3; -20); б) (5; 3); в) (2; 3); г) (1; 2). 12.3. а) (44; 11); б) (2; -8); в) (15; 90); г) (-10; 2). 12.4. а) (20; 2); б) (-15; 37,5); в) (-4,5; 9); г) (8; 12). 12.5. а) $y = 4 - 2x$, $x = 2 - 0,5y$; г) $c = 15 - 8d$, $d = 1\frac{7}{8} - \frac{1}{8}c$.

12.6. а) $y = 6x - 18$, $x = \frac{1}{6}y - 3$; г) $p = -9q - 4$, $q = -\frac{1}{9}p - \frac{4}{9}$.

12.7. а) $s = \frac{2}{3}t + 2\frac{2}{3}$, $t = 1,5s - 4$; б) $z = 1\frac{4}{7} - \frac{4}{7}q$, $q = 2\frac{3}{4} - 1\frac{3}{4}z$;

в) $r = 1\frac{4}{9}s + 1\frac{8}{9}$, $s = \frac{9}{13}r - 1\frac{4}{13}$; г) $u = 4,2 - 1,4v$, $v = 3 - \frac{5}{7}u$.

12.8. а) (4; 2); б) (5; 6); в) (3; 3); г) (5; -1). 12.9. а) (1; 0); б) (4; 2);

в) (9; 7); г) (7; 4,5). 12.10. а) (11; 140); б) $\left(\frac{1}{3}; 19\right)$; в) (-7; -126);

г) $\left(-\frac{6}{7}; -13\right)$. 12.11. а) (20; 100); б) (-0,2; 4,6); в) (7,5; -10,5);

г) (21; 2). 12.12. 92 ученика. 12.13. 42 и 35. 12.14. а) (6; 4); б) (-4; 0); в) (3; -2); г) (-3; -5). 12.15. а) (-3,5; -3); б) (-4; 3); в) (4; 3); г) (5; 3).

12.16. а) (10; 1); б) (0,5; 1); в) (10; 1); г) (0,5; 1). **12.17.** а) (6; -7); б) (2; -1); в) (-3; -2); г) (5; 2). **12.18.** а), в) Бесконечное множество решений; б), г) нет решений. **12.19.** а) $\left(-\frac{1}{6}; -\frac{1}{4}\right)$; б) (-1,5; 1);

в) (-0,6; -3,2); г) (2; -1). **12.20.** а) (10; -6); б) (9; 4); в) (-6; 4); г) (-5; 3). **12.21.** а) (13; 11); б) (4; 3); в) (3; -7); г) (5; 3). **12.22.** а) (0; 0); б) (6; 6); в) (1; 0); г) (20; 20). **12.23.** 10,5 и 42. **12.24.** 26,1 и 30. **12.25.** 62 и 50. **12.26.** а) -0,96; б) $4\frac{4}{29}$; в) $3\frac{3}{13}$; г) $1\frac{6}{41}$.

12.27. а) $y = -0,4x + 2$; б) $y = \frac{2}{3}x + 4$; в) $y = \frac{1}{7}x - 1$; г) $y = -2x - 4$.

12.28. а) $y = \frac{5}{3}x + 5$; б) $y = -2x + 4$; в) $y = -\frac{3}{4}x + 3$; г) $y = 3x - 3$.

12.29. $y = 11,8x$.

§ 13 **13.1.** а) (6; 1); б) (6; 3); в) (4; 3); г) (10; 2). **13.2.** а) (2; 1); б) (2; 1); в) (5; -2); г) (-1; -4). **13.3.** а) (4; 3); б) (-1; -7); в) (-11; -2); г) (4; -14). **13.4.** а) (60; 30); б) (10; 8); в) (20; 8); г) (2; -1). **13.5.** а) (2; -1); б) (-1; 4); в) (3; -1); г) (6; -6). **13.6.** а) (3; 1); б) (-5; -11); в) (-2; 1); г) (6; -14). **13.7.** а) (-0,25; 0); б) (3; 0,5); в) (0,2; 0); г) (6; -7). **13.8.** а) (6; 4); б) (-8; 0); в) (5,5; -2,5); г) (6; 5). **13.9.** а) (-6; 5); б) (10; 1); в) (5; -8); г) (-6; -12). **13.10.** а) (-3; -2); б) (35; -46); в) (5; 1); г) (17,4; 19). **13.11.** а) (8; 9); б) (30; 5); в) (20; 3); г) (-15; 8). **13.12.** а) (4; 3); б) (-3; 11). **13.13.** а) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$; б) $y = -0,4x + 4,6$;

в) $y = 1,2x + 2,6$; г) $y = \frac{5}{7}x - \frac{16}{7}$. **13.14.** а) $y = 5x - 20$; б) $y = -\frac{2}{5}x - \frac{7}{5}$;

в) $y = 3,5x + 10,5$; г) $y = \frac{3}{7}x + \frac{31}{7}$. **13.15.** а) $\begin{cases} y = -4x - 4, \\ y = 4x + 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -2x + 7, \\ y = 0,5x + 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = 4, \\ y = -1,5x + 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 1, \\ y = \frac{5}{3}x + 3. \end{cases}$ **13.16.** а) $p = \frac{5}{3}$;

б) $p = \frac{4}{3}$. **13.17.** а) $a = 11$, $b = -14$; б) $a = -4$; $b = -6$; в) $a = -10$; $b = -7$;

г) $a = -4$; $b = 10$. **13.18.** а) $a = 13$; $b = 3$; б) $a = -0,8$; $b = 0,2$.

§ 14 14.1. 18 км/ч и 2 км/ч. 14.2. 5 км/ч, 4 км/ч. 14.3. 3,75 км/ч, 5,25 км/ч. 14.4. 15 км/ч. 14.5. 27 км/ч, 3 км/ч. 14.6. 12 км.

14.7. -9; -6. 14.8. $\frac{7}{9}$. 14.9. $\frac{3}{7}$. 14.10. 38 га, 34 га. 14.11. 4 ц, 5 ц.

14.12. 3 т, 5 т. 14.13. 6 самосвалов, 4 самосвала. 14.14. 3 ящика, 6 ящиков. 14.15. 72 детали, 90 деталей. 14.16. 66 книг, 44 книги. 14.17. 12 мячей. 14.18. 86. 14.19. 340; 200. 14.20. 200; 160. 14.21. 30; 35. 14.22. 40; 10,2. 14.23. 24 км/ч, 60 км/ч. 14.24. 4 км/ч, 30 км/ч, 20 ч. 14.25. 12 км/ч, 24 км/ч. 14.26. 2,4 км, 4 км. 14.27. 15 см/с, 10 см/с. 14.28. 7 монет, 12 монет. 14.29. 720 учебников и 150 учебников. 14.30. 260 и 110. 14.31. 74. 14.32. 75. 14.33. 435 деталей. 14.34. 40 т, 60 т. 14.35. 40 т, 100 т. 14.36. 12 кг. 14.37. 70 км/ч и 100 км/ч или 100 км/ч и 60 км/ч. 14.38. 18.

ГЛАВА 4

§ 15 15.15. а) 243; б) 0,0625; в) $-\frac{27}{64}$; г) $1\frac{15}{49}$. 15.19. а) 125 см^3 ;

б) 9 м^2 . 15.20. а) 48; б) -96; в) 56; г) 1. 15.21. а) 0,75; б) -24; в) -27;

г) 0,6. 15.22. а) 0,00004; б) 20; в) -1000; г) 10. 15.23. а) $4\frac{21}{25}$;

б) $-37\frac{1}{27}$; в) $7\frac{58}{81}$; г) $27\frac{9}{16}$. 15.26. а) $c^k d^n$; б) $(-a)^r b^k$; в) $(x-z)(a-b)^m$;

г) $(p-q)^2(x-y)^m$. 15.27. б) 294 см^2 . 15.28. а) 8 дм, 512 дм^3 ; б) 5 см, 150 см^2 . 15.29. 5 рулонов. 15.30. 3,2 кг. 15.31. 64 л. 15.32. а), б), в) 210;

г) 420. 15.33. а) 6200; б) 244. 15.34. а) $\frac{5}{6}$; б) 2. 15.35. а) $14\frac{1}{3}$;

б) $2\frac{9}{16}$. 15.36. а) $-7\frac{1}{9}$; б) $-5\frac{3}{4}$; в) $-2\frac{7}{20}$; г) $-1\frac{7}{27}$.

§ 16 16.8. а) $2^5 \cdot 3^2$; б) $2^4 \cdot 3^3$; в) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$; г) $2^4 \cdot 7^2$. 16.9. а) $7^2 \cdot 3^4$;

б) $2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$; в) $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$; г) $2^4 \cdot 5 \cdot 11^2$. 16.13. а) 8,5; б) $\frac{4}{27}$; в) 0,035;

г) $\frac{7}{108}$. 16.19. а) -5; б) ± 3 ; в) 2; г) ± 2 . 16.26. а) 3,5; б) 8; в) 6; г) -2.

§ 17 17.14. а) 49; б) 12; в) 16; г) 125. 17.20. а) $1\frac{1}{3}$; б) $12\frac{37}{49}$;

в) $46\frac{13}{18}$; г) $-1\frac{7}{8}$. 17.23. а) 96; б) 2; в) 10; г) 1. 17.24. а) 256; б) 9;

в) 125; г) 343. **17.25.** а) 7; б) 1000; в) 225; г) 13. **17.26.** а) 0,09; б) $\frac{49}{64}$; в) 0,0081; г) $\frac{1}{81}$. **17.27.** а) x^{10} ; б) y^{11} ; в) c ; г) d^{15} . **17.32.** а) 8;

б) 243; в) 625; г) 4. **17.33.** а) 5; б) 9; в) 4; г) 16. **17.35.** а) a^{22} ; б) b^{17} ; в) c^{12} ; г) d^{55} . **17.36.** а) a ; б) zq ; в) b ; г) m^8 . **17.38.** а) x^{62} ; б) y^{52} ; в) z^{84} ; г) t^{90} . **17.39.** а) z^{23} ; б) p^2 ; в) u^{22} ; г) q^2 . **17.40.** а) x^4 ; б) y ; в) c^2 ; г) d^9 . **17.41.** а) x^{3n} ; б) a^{8n} ; в) y^{3n} ; г) b^{18n} . **17.42.** а) 5; б) -3; в) -1; г) 2.

§ 18 **18.6.** а) $243p^{10}r^{40}$; б) $216a^{15}b^3x^9$; в) $10\,000a^8b^{20}$; г) $16r^{10}q^{16}p^{18}$. **18.10.** а) $(ab^5)^2$; б) $(x^4y^6)^2$; в) $(xy^2z^{12})^2$; г) $(p^4q^5r^{27})^2$. **18.11.** а) $(x^2y^3)^2$; б) $(4q^9r^{17})^2$; в) $(9c^4d^8f^{14})^2$; г) $(11m^6n^8r^{27})^2$. **18.12.** а) 1000; б) 1; в) 729; г) 8. **18.18.** а) 1; б) 1; в) 16; г) 10 000 000. **18.19.** а) $\frac{125}{27}$; б) 1; в) 64; г) 16. **18.20.** а) 36; б) 144; в) 63; г) 16. **18.21.** а) 48; б) 100; в) 15; г) 12. **18.23.** а) 2; б) -1; в) -3; г) 2. **18.24.** а) -3; б) 4.

§ 19 **19.5.** а) 500; б) $\frac{41}{72}$; в) -193; г) 260,375. **19.7.** а) 1; б) b^3 ; в) 1; г) b^2 . **19.8.** а), б), в), г) 1. **19.9.** а), б), в) -1; г) $\frac{2}{3}$. **19.10.** а) -2; б) 3,9; в) 5; г) -10. **19.12.** а) 0; б) 3; в) 0; г) -5.

ГЛАВА 5

§ 20 **20.10.** а) 1; б) ± 1 ; в) -1; г) ± 1 . **20.11.** а) 6 см, 8 см; б) 7 дм, 5 дм. **20.12.** а) 2,4; б) $7\frac{1}{3}$. **20.13.** а) $832a^2b^2$; б) $400p^2q^4$; в) $-210c^4d^3$; г) $64x^{13}y^{11}$. **20.14.** а) $0,5a^9b^7c^6$; б) $2p^6n^5$; в) $\frac{1}{60}b^4x^7y^8$; г) $\frac{1}{3}a^5b^8$. **20.15.** а) $34x^{n+1}y^{13}z^7$; б) $x^4c^{11}d^9$; в) $p^4q^8r^{13}$; г) $3a^{m-n}b^{n+k}t^{n+m}$. **20.17.** 10 см, 5 см, 20 см. **20.18.** 8 м, 4 м, 20 м. **20.19.** 6 дм, 9 дм, 12 дм.

§ 21 **21.12.** а) $11x^2y$; б) c^3d ; в) $11,9b^2d^3$; г) $4\frac{5}{16}m^3n^4$. **21.16.** а) $42xy$; б) $41y^2x$; в) $2ab$; г) $14ab^2$. **21.17.** а) $36a^2b$; б) $18x^2y^2$; в) $-9az^3$; г) 0. **21.18.** а) 10; б) 10; в) 1,2; г) -0,12. **21.19.** а) 20; б) 1,8; в) 0,4; г) 1,68. **21.20.** а) 2; б) ± 8 ; в) -3; г) решений нет. **21.21.** 42. **21.22.** 60. **21.23.** 13,5 и 9. **21.24.** 550 рублей. **21.25.** 3 см, 4 см, 6 см. **21.26.** 6 см, 2 см, 8 см. **21.27.** а) $156b^2c^3d^2$; б) $6,05m^3n^4z^8$. **21.28.** а) $\frac{23}{24}a^2b^2n^3$; б) $3,25x^ny^nz^c$.

21.29. а) $-0,81a^3$; б) 0. **21.30.** а) $-\frac{3c}{20}$; б) $\frac{p}{5}$. **21.31.** а) $28xy$; б) $20a^2b$;

в) x^2y^2 ; г) $2,45mn^3r^8$. **21.32.** а) $8x^4y^4$; б) x^nq^n . **21.33.** а) $-\frac{13}{24}a^2bc$;

б) $10n^2mk$. **21.34.** а) $36x^2y^4$; б) $30a^3b^2$. **21.35.** а) $-5,1n^4p$; б) $7k^3n^4$.

21.37. 200. **21.38.** 1250. **21.39.** 12 см, 4 см, 24 см. **21.40.** 10 м, 8 м, 16 м.

21.41. 2 дм, 3 дм, 5 дм.

§ 22 **22.3.** а) $210x^7$; б) $\frac{1}{36}a^2b^3c^4$; в) $142x^3y^4z^9$; г) $54c^3d^6f^4$.

22.4. а) $30a^3b^3$; б) $-164c^3d^2$; в) $34x^5y^3$; г) $26m^3n^4p^4$. **22.5.** а) $1,08c^5d^4$;

б) $-1,5x^2y$; в) $-0,5b^5$; г) $12m^3p^4$. **22.6.** а) $0,48x^3y^5z^2$; б) $46n^3q^4$;

в) $-0,075d^7$; г) $-\frac{1}{17}x^3y^3$. **22.7.** а) $-10,2p^4q^{12}$; б) $-1,5z^7$; в) $-15,62a^2b^3c^4$;

г) $0,3x^3y^5$. **22.8.** а) $9a^4c^2$; б) $\frac{1}{81}x^4y^8$; в) $0,0016c^{12}d^4$; г) $-\frac{1}{32}a^5b^5c^5$.

22.9. а) 1; б) $125a^9x^6$; в) $-100\,000x^{10}y^{20}$; г) $-16a^4x^{12}y^8$. **22.16.** а) $500a^5$;

б) $-6,4x^{17}$; в) $12c^{12}$; г) $32a^6c^7$. **22.17.** а) $-x^{25}y^{14}$; б) $24x^{14}y^9$; в) $-54a^7$;

г) $2x^{26}y^7$. **22.18.** а) $0,04b^{19}$; б) $\frac{9}{16}p^7$; в) $-112a^{11}b^5$; г) $3000a^{11}$.

22.19. а) $a^4b^4c^6$; б) $-x^6y^7z^4$; в) $61,25x^4z^5$; г) $2c^4d^7$. **22.20.** а) a^4b^4 ; б) $-x^5y^4$;

в) $m^{11}n^{10}$; г) $-p^6q^7$. **22.21.** а) $-c^4d^3$; б) $\frac{4}{3}a^3b^{10}c^{15}$; в) $-\frac{2}{3}m^{11}n^{11}p^{11}$;

г) $\frac{1}{5}x^3y^4z^7$. **22.22.** а) $0,0016a^{12}b^{16}$; б) $\frac{64}{27}x^6y^{15}z^{24}$; в) $0,09b^{16}c^{14}d^{12}$; г) 1.

22.23. а) $0,25a^4b^6c^{18}$; б) $0,0036m^4n^6p^2$; в) $256a^{64}b^{40}c^{72}$; г) $-0,064x^6y^9z^{24}$.

22.24. а) 1; б) $\frac{625}{256}p^8q^8z^{32}$; в) $2,56m^6n^4p^{18}$; г) $\frac{169}{25}r^{18}s^{30}t^{24}$. **22.25.** а) $A =$

$= (9a^3b^4c^6)^2$; б) $A = (4xy^3z^6)^4$; в) $A = (5xy^3z^9)^3$; г) $A = (12a^3b^5c^9)^2$.

22.26. а) $C = (6c^3b^4f^9)^3$; б) $C = (3x^2y^5z^5)^5$; в) $C = (2p^2q^{10}r^{100})^{10}$;

г) $C = (4a^9b^{54}c^{324})^4$. **22.29.** а) $2700a^7y^8$; б) $-2x^3y^{19}$; в) $-27x^{26}y^{10}$;

г) $\frac{81}{16}a^{28}b^{28}$. **22.30.** а) $4a^6b^{15}$; б) $-27pq^5$; в) $-0,24a^5b^5c^6$; г) $-0,5m^{16}n^4$.

22.31. а) $-40,5a^7b^5y^3$; б) $b^5c^{10}d^4$; в) $-1,6p^7x^7z^6$; г) $-3000a^{13}$.

22.32. а) $-\frac{4}{3}a^{12}x^{10}$; б) $-3m^{19}n^{26}$; в) $\frac{1}{9}a^{14}c^{14}$; г) $\frac{9}{4}a^{14}b^8$. **22.33.** а) 1;

б) ± 1 ; в) -1 ; г) ± 1 .

§ 23 23.8. а) $3a^8$; б) 4; в) $2a^5y$; г) $2b^2x$. 23.9. а) $4abc$; б) $99yz$; в) $12m^6n^2k^3$; г) $86p^2q^2r^2$. 23.10. а) Нет; б) да; в) нет; г) да. 23.11. а) Нет; б) да; в) да; г) нет. 23.13. а) $5a^4b^4$; б) $2500x^4y^6$; в) $49x^{10}t^{14}$; г) $x^7y^{11}z^3$. 23.14. а) m^6n^6 ; б) $55p^3q^4$; в) $-x^4y^9z^{14}$; г) $-5a^3c^7d$. 23.15. а) cy^4 ; б) $3ab$; в) x^9c^5 ; г) $2a^3b^3$. 23.16. а) $-1600x^{10}y^{17}$; б) $1296a^{18}x^{30}$. 23.17. а) $\frac{27}{256}ax^5$; б) $-\frac{9}{32}a^2b^3$. 23.18. а) $\frac{1}{96}b^2$; б) $1600x^{22}$. 23.19. а) 2; б) -2.

ГЛАВА 6

§ 24 24.9. а) $m^4 - n^4$; б) $40rs$; в) 0; г) $-44mn$. 24.10. а) $12p^4 + 4p^3$; б) $0,5x^2 + 0,05x$; в) $7y^3 + 3y^2 - 8y - 5$; г) $\frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}a$. 24.11. а) $9xy$; б) $4p^2x - 3px^3$; в) $9r^3s$; г) $16ax^2 - 6a^2x$. 24.12. а) $-p^4 + 21p^2 + 3p + 4$; б) $-2,8x^3 + 1,4x^2 + 2x - 3,1$; в) $-\frac{3}{20}a^2 - \frac{5}{12}a + \frac{7}{8}$; г) $-y^4 - 1$. 24.13. а) 8; б) $-\frac{7}{8}$; в) $\frac{7}{48}$; г) 31,5. 24.14. б) 0; 0; 21; -3. 24.15. б) 0; 6; 0; $\frac{21}{16}$. 24.16. а) $\frac{1}{15}$; б) 0,1; в) -1,4; г) 6. 24.17. а) $15x + 23$; б) $-24x^2 + 32x - 2$. 24.18. а) $1,9c^5 + \frac{3}{8}c^2$; б) $-\frac{3}{8}m^3 - \frac{2}{9}m^2 + m$; в) $-a^2b - 15ab^2$; г) $y^3 - 11xy^2 + 15x^2y$. 24.19. а) $3,3m^3 + 7m^2 - 15m - 27$; б) $18k^4 - 13,9k^3$; в) $4,1a^4 - 9,9a^3 - 6,5a^2$; г) $-4,9b^3 + 5,5b^2$. 24.20. б) 1; 4; 0; 9. 24.21. б) 8; 0; -1; -27. 24.22. а) 1; б) 0; в) 0,5; г) ± 2 . 24.25. а) $12x^2 - x + 9$; б) $-6a^2 + 31a + 17$. 24.26. а) $6a + 30$; б) $8a - 4$; в) 6; г) $2a - 20$. 24.27. а) $13,5x^2 - 6,5x + 31$; б) $17,5x^2 + 7,5x + 28,6$; в) $-17,5x^2 - 7,5x - 28,6$; г) $11,5x^2 - 0,5x + 12,6$. 24.28. а) $8b^3$; б) $24a^3 - 18a^2b + 8ab^2 - 22b^3$; в) $-24a^3 + 18a^2b - 8ab^2 + 22b^3$; г) $-10a^3 - 8a^2b - 16ab^2 + 56b^3$.

§ 25 25.1. а) $5a - 2$; б) $6 - 7a$; в) 7; г) $3 - 11a$. 25.2. а) $5x^3 + 12$; б) $5x^3 + 3x - 1$; в) $11x^2 - 14$; г) $3x^{11} + 4x^6 - 2$. 25.3. а) $4a$; б) $26a^3 - 10ab^2 - 3b^3$; в) $2a^2 - 5ab - 2b^2$; г) $27a^4 - 17a^3b + 9$. 25.4. а) $-y^3 + 14y - 14$; б) $8y^2 - 26$; в) $-6y - 4$; г) $30 - 6y^2 - y^3$. 25.5. а) $c^2 + 4d$; б) $5c^4 - 2c^2 - d^2$; в) $6c^2d + 2cd^2 - 2c + 4$; г) $-4c^2 + 8cd + 8d^2$. 25.6. а) 0; б) -14; в) $-1\frac{5}{8}$; г) 0. 25.7. а) 8,4; б) -3,6; в) -67,2; г) 0,6. 25.8. а) $x - 1$; б) $3x - 3$; в) $2x - 0,5$; г) $4x - 3$. 25.9. а) $2a^5 + 7a^4 + 7a^3 + 2a^2 + a + 1$;

б) $2a^5 - a^4 - 5a^3 + 6a^2 - 3a + 1$; в) $-2a^5 + a^4 + 9a^3 + a + 1$; г) $-2a^5 - 7a^4 - 3a^3 + 4a^2 - 3a + 1$. **25.10.** а) $57x^3 - 30x^2y + 8xy^2 - 3y^3$; б) $17x^3 + 3y^3$; в) $37x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 5y^3$; г) $-3x^3 - 24x^2y + 10xy^2 + y^3$. **25.11.** а) 3; б) -1; в) 1,5; г) 2. **25.13.** а) $-0,5a^2 - 1$; б) $-2,5a^2 + 0,7ax + x^2$; в) 0; г) $-3,2y^3 + 6z^2 + 10az$.

§ 26 **26.4.** а) $-2x^2 - 30x$; б) y^2 ; в) $2a^2 + 2b^2$; г) $3p - 40c$. **26.5.** а) 0,1; б) 17; в) -27; г) 54. **26.6.** а) $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{10}{3}$; в) $-\frac{4}{21}$; г) $\frac{9}{14}$. **26.7.** а) 2; б) $-\frac{3}{4}$; в) 3; г) 1. **26.8.** а) -2; б) 3; в) -1; г) 1. **26.9.** а) 2; б) 3; в) -0,2;

г) 0. **26.10.** 42 км. **26.11.** 12 км/ч. **26.12.** 30 км. **26.13.** 13 км/ч. **26.14.** а) $-15a^3 + 22a^2 + 4a$; б) $220k^4 - 150k^2$; в) $6b^5 - 2b^4 - 4b^3 + 8b^2$; г) $140a^4 - 600a^3 + 30a^2 + 100a$. **26.15.** а) $-2a^4 + 6a^3 - 2a^2$; б) $2x^2 + 2y^2 - 4xy - y$; в) $2c^4 + 13c^3 - 2c^2 - 3c$; г) $12p^4 + 60p^3 - 12p^2$. **26.16.** а) $13x^2 + 45x - 145$; б) $72x^3 + 157x^2 - 605x - 13$; в) $231x^3 + 289x^2 - 629x - 44$; г) $-1,2x^5 + 4,5x^4 - 4,3x^3 + 0,7x^2 - 13,5x - 17$. **26.17.** а) $48a^4 - 53a^3 - 6a^2 + 8$; б) $36a^4 - 96a^2 + 156a$; в) $15a^5 + 160a^3 - 152a^2 - 4a$; г) $60a^5 - 12a^4 + 104a^3 - 12a^2 + 16a - 14$.

26.20. а) 2; б) 3; в) 1; г) -1. **26.21.** а) 6; б) 0; в) $\frac{1}{3}$; г) нет решений.

26.22. 12 км, 5 км. **26.23.** 41 км, 36 км, 33 км. **26.24.** 800 км/ч, 1200 км/ч. **26.25.** 15 км/ч. **26.26.** 9 га, 11,5 га. **26.27.** 12 деталей. **26.28.** 1280 человек, 2560 человек, 2160 человек. **26.29.** 400 человек. **26.30.** 5 см, 13 см. **26.31.** 4 см, 4 см, 10 см. **26.32.** 22 км. **26.33.** 13 км.

§ 27 **27.6.** а) $2,4a^5 + 4,2a^3 - 4,5a$; б) $9x^5 - 1,5x^2 - 22,5$; в) $24p^4 + 12p^3 - 72p^2$; г) $y^5 + y^3 - 6y$. **27.7.** а) $9m^5 - 30m^3 + 15m^2 - 50$; б) $8n^6 + 12n^5 - 2n^3 - 3$; в) $30k^6 - 5k^4 + 12k^2 - 2$; г) $12p^{10} - 30p^8 - 8p^2 - 20$. **27.8.** а) $a^3 + a^2 - 5a - 6$; б) $m^2 - n^2 + m + n$; в) $b^3 - 26b^2 + 10b - 1$; г) $c^2 - 4d^2 - c + 2d$. **27.9.** а) $x^3 + y^3$; б) $a^3 + 2a^2x + 2ax^2 + x^3$; в) $n^3 - p^3$; г) $c^3 - 2c^2d + 2cd^2 - d^3$. **27.10.** а) $8a^3 + 27b^3$; б) $4a^4 - 11a^3 + 25a^2 - 13a - 5$; в) $125x^3 - 8y^3$; г) $3m^4 - 2m^3 + 3m^2 - 4m - 4$. **27.11.** а) 25; б) -21; в) 1,4; г) -2. **27.12.** а) -1; б) -2,5; в) 2; г) 8. **27.13.** а) $\frac{16}{19}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 0; г) 1,4. **27.14.** 12 м, 32 м. **27.15.** 13, 14,

15, 16. **27.16.** 221 см². **27.17.** 21, 22, 23. **27.18.** а) $9a^5 - 16a$; б) $a^4 - 625$; в) $4a^4 - 9a^2$; г) $a^4 - 256$. **27.19.** а) $12,25p^2 - 1,44k^2$; б) $0,09t^4 - 2,89s^2$;

в) $5,76m^4 - 0,64n^4$; г) $1,69x^6 - 3,24y^4$. **27.20.** а) $a^4 - a^2 + 2a - 1$; б) $m^4 - 4m^2 + 4m - 1$; в) $-4x^4 - x^2 - 4$; г) $-b^6 - 10b^4 - 25b^2 + 9$. **27.21.** а) $m^4 - 1$; б) $32 - s^5$; в) $x^4 - y^4$; г) $a^6 + 243$. **27.22.** а) ± 2 ; б) 2 ; в) ± 3 ; г) -1 . **27.23.** 720 см^2 , 840 см^2 . **27.24.** 76 см , 44 см . **27.25.** 12 , 15 , 18 . **27.26.** 6 ; 18 ; 30 . **27.27.** $1,2$; $4,2$; $9,2$; $5,4$.

§ 28 **28.12.** а) $a^6 + 6a^3b + 9b^2$; г) $36p^4 - 96p^2g^3 + 64g^6$. **28.13.** а) $5\frac{4}{9}a^2 - 5ab + 1\frac{29}{196}b^2$; б) $0,81x^2 + 2\frac{2}{3}xy + 2\frac{142}{729}y^2$; в) $1,44x^2 + 10xy + 17\frac{13}{36}y^2$; г) $5,29a^2 - 5ab + 1\frac{96}{529}b^2$. **28.18.** а) $146\frac{1}{144}$; б) $53\frac{4}{49}$; в) $52\frac{9}{196}$; г) $175\frac{9}{169}$. **28.19.** а) $167\frac{1}{169}$; б) $221\frac{4}{225}$; в) $1598\frac{1}{1600}$; г) $250\frac{9}{256}$. **28.25.** а) $25x^2 - 4y^4$; б) $4c^2 - 9a^4$; в) $100p^6 - 49q^2$; г) $36c^6 - 64d^2$. **28.26.** а) $16x^4 - 4y^4$; б) $100a^6 - 25b^4$; в) $9n^8 - m^8$; г) $100m^{16} - 64n^{16}$. **28.29.** а) $0,2499$; б) $0,6396$; в) $0,4891$; г) $1,4399$. **28.30.** а) $99\frac{48}{49}$; б) $99\frac{21}{25}$; в) $9999\frac{8}{9}$; г) $63\frac{24}{25}$. **28.34.** а) $4a^2 - 6ab + b^2$; б) $-q^2 + 6pq$; в) $25c^2 + 49d^2$; г) $16mn + n^2$. **28.35.** а) $2a^2 + 16$; б) $2x^2 - x + 9$; в) $y^2 - 11y - 27$; г) -4 . **28.36.** а) $9a^3$; б) $25x^2 - y^2$; в) $-36d^2$; г) $49m^2 - 200n^2$. **28.37.** а) $2a^2 - 8$; б) $x^3 - 16x$; в) $5c^3 - 45c$; г) $7d^4 - 7d^2$. **28.38.** а) $4ac - 5c^2$; б) 48 ; в) $8b^2 + 24$; г) $2m^2 + 6mn$. **28.39.** а) $b^4 - 625$; б) $81 - y^4$; в) $a^4 - 16$; г) $c^8 - 1$. **28.41.** а) -8 ; б) $18,6$; в) 87 ; г) 21 . **28.42.** а) 132 ; б) 0 ; в) 324 ; г) 49 . **28.43.** а) $-1,5$; б) 7 ; в) 0 ; г) $-0,5$. **28.44.** а) $1,7$; б) $\frac{1}{24}$; в) 3 ; г) 3 . **28.45.** а) $\frac{5}{12}$; б) 1 ; в) $-0,1$; г) $4,5$. **28.46.** а) $1\frac{7}{12}$; б) 3 ; в) $-2\frac{11}{30}$; г) 2 . **28.47.** а) 1 ; б) -1 ; в) 2 ; г) -2 . **28.48.** 7 см , 2 см , 12 см . **28.49.** 6 см , 3 см , 9 см . **28.50.** а) $100x^4 - 60x^3y^3 - 9x^2y^6$; б) $64p^6 + 80p^5q + 25p^4q^2$; в) $0,36b^6 - 6b^3c^4 + 25b^4c^8$; г) $9z^{14} + 3z^{10}t + 0,25z^6t^2$. **28.51.** а) $400x^6z^6 + 1,2x^3z^3 + 0,0009z^4$; б) $\frac{9}{64}n^6 + 3mn^5 + 16m^2n^4$; в) $0,0225k^8n^6 - 3k^4n^7 + 100n^8$; г) $36a^4 - 4a^3b + \frac{1}{9}a^2b^2$. **28.52.** а) $x^{2n} - 64$; б) $a^{4n} - b^{2n}$; в) $c^{2n} - d^{6n}$; г) $a^{2n+2} - b^{2n-2}$. **28.53.** а) $27x^6 - 8$; б) $125x^6 + 27$; в) $512b^6 + 27$; г) $343a^6 - 1$.

28.54. а) $x^4 - 8x^2 + 16$; б) $y^3 - 4y^2 - 16y + 64$; в) $m^4 - 72m^2 - 1296$; г) $n^3 - 7n^2 - 49n + 343$. **28.55.** а) $x^4 - y^4$; б) $81a^4 - b^4$; в) $p^{12} - q^4$; г) $s^8 - r^8$. **28.56.** а) 64; б) $c^3 - 4pc^2$; в) 36; г) $2m^3 - 4m^2 + m - 2$. **28.57.** а) $a^{16} - b^{16}$; б) 1. **28.63.** а) -64; б) 16; в) -116; г) -8. **28.64.** а) -1; б) -1.

§ 29 **29.4.** а) $4b + 3$; б) $1,2d^2 - 0,7$; в) $-3,5m - 0,2$; г) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x^2$.

29.5. а) $x + 3y - 4$; б) $0,6x - 0,8y$; в) $-a - 3a^2b + 2b$; г) $\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab$.

29.6. а) 24; б) -1. **29.8.** а), б) Нет; в), г) да. **29.9.** а) $3a^3b + 15ab^3$; б) $6n^2p - 2np^2 + 5np^3$; в) $3ax^3 - 9a^3x$; г) $3k^3n - 4k^2n^2 - 5kn^3$. **29.10.** а), б), в) Некорректные задания; г) $6x^2 - 9y^2 + 2$.

ГЛАВА 7

§ 30 **30.3.** а) -1,5; 2; б) -2; $\frac{1}{3}$; 2; в) 2; $\frac{5}{3}$; г) $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{17}{12}$.

30.4. а) $x(2x + 1)$; б) $3x(2x^2 - x + 1)$; в) $3x(x^2 - 4)$; г) $5x^2(x^2 + x - 2)$.

30.5. а) 0; 2; б) 0; $-\frac{1}{6}$; в) 0; -3; г) 0; $\frac{1}{4}$. **30.6.** а) 0; 1; б) 0; -2; в) 0; $\frac{7}{3}$;

г) 0; 4. **30.8.** а) ± 1 ; б) $\pm 0,8$; в) ± 7 ; г) $\pm \frac{5}{6}$. **30.9.** а) ± 4 ; б) ± 5 ; в) ± 6 ; г) ± 10 .

30.10. а) 1,8; б) -15; в) 3,6; г) 13. **30.11.** а) 960; б) $11\frac{2}{3}$; в) 2060; г) 44.

30.14. а) 1; -2; б) ± 1 ; 3; в) 3; 4; г) -1; ± 2 . **30.15.** а) 0; 2; б) -6; 2; в) 0; -4; г) 5; -1. **30.16.** а) ± 6 ; б) ± 10 ; в) $\pm 0,6$; г) ± 10 . **30.17.** а) 0,25; б) 6,6; в) 72; г) 45.

§ 31 **31.6.** а) $\frac{1}{3}(x + 4y)$; б) $\frac{8}{9}\left(a + \frac{2}{3}b\right)$; в) $\frac{6}{5}\left(\frac{3}{5}a + \frac{2}{7}b\right)$;

г) $\frac{3}{7}\left(\frac{4}{7}x - \frac{1}{4}y\right)$. **31.7.** а) $\frac{1}{15}(48x - 47y)$; б) $\frac{15}{14}(4a - b)$. **31.8.** а) $3b(b - 1)$;

г) $8d^2(d^2 - 4)$. **31.9.** а) $x(x^2 - 3x - 1)$; г) $9p(p^3 - 2p - 3)$. **31.10.** а) $ab(1 - a)$; г) $m^2n^2(m - n)$. **31.11.** а) $2z^2q(z^3q - 2z + 3q^2)$; б) $xy(y^2 - 5xy - 3x)$; в) $7a^2b^3(a^2 - 2ab + 3b^2)$; г) $8x^2y^3(x + 11 - 2xy)$. **31.12.** а) $5x^2y(3xy - 2 - 4y^2)$; г) $6a^2b(7a^2 - 8ab - 13b^2)$. **31.15.** а) $(b - c)(a - 3)$; г) $(x - y)(7z + 5)$. **31.16.** а) $(x - y)(x - y - a)$; б) $(a + 3)(5a^2 + 30a + 44)$; в) $(m + n)(m + n + 9d)$; г) $(p^3 - 6)(25 - 4p^2)$. **31.17.** а) 0; 3; б) 0; 0,75; в) -0,03; 0; г) 0; $\frac{2}{7}$. **31.18.** а) -10; 0; б) 0; $\frac{3}{4}$; в) -0,03; 0; г) 0; $\frac{2}{7}$.

31.19. а) -2 ; 0; б) 2 ; 6 ; в) 0 ; 3 ; г) -4 ; 2. **31.20.** а) $30\,800$; б) $0,04$; в) $16\,700$; г) $-1,62$. **31.21.** а) $(4c - 1)(3 - 8c)$; б) $(a + 2)(a^2 + 4)$; в) $(m - 3)(5m + 9)$; г) $(a - 4)(a^2 + 16)$. **31.22.** а) $-a(a + b)(a + 4b)$; б) $m^2(m - n)(3 + n)$; в) $5x(3x - 8)(7x - 16)$; г) $-90d^2(2d - 5)$.

31.23. а) $0,0756$; б) $1,2$; в) $3,26$; г) 1 . **31.24.** а) 25 ; б) $-\frac{5}{3}$; в) $0,5$; г) $\frac{1}{6}$.

31.28. а) 0 ; 2 ; б) -1 ; 0 ; в) 0 ; -2 ; г) 0 ; 5 .

§ 32 **32.3.** а) $(a + 1)(3 + n)$; б) $(3x - 1)(2m + 3)$; в) $(a + 3)(x + 4)$; г) $(2x - 3)(m + 2)$. **32.4.** а) $(7n - 6)(k - 2)$; б) $(x + a)(7 - 5a)$; в) $(m - n)(9m - 5)$; г) $(b + 3a)(c - 2a)$. **32.5.** а) $(5 + y)(y^2 + 1)$; б) $(y - 2)(y^2 + 2)$; в) $(z + 7)(z^2 + 3)$; г) $(z - 3)(z^2 + 1)$. **32.6.** а) $(1 + c^2)(7 - c)$; б) $(x^2 - 2)(x - 14)$; в) $(x - 3)(x^2 + 2)$; г) $(b - 2)(2b^2 + 3)$. **32.7.** а) $(b^2 + 2c^2)(16a + 5c)$; б) $(2n + 5)(10n - 7a)$; в) $(2a + 3b)(9a + 7c)$; г) $(xz + 5y)(2xy - 3z)$. **32.8.** а) $-2,25$; б) 0 ; в) -9 ; г) 0 . **32.9.** а) $(5a^2b - 7c)(8ac - 3b)$; б) $(y^2 + 2z^2)(16x - 5z)$; в) $(5x - 2)(6x - 5c)$; г) $2(x - 2k)(9xz - 5yk)$. **32.10.** а) $(x^2 - y)(a - b - c)$; б) $(y^2 - a)(x - b + 1)$;

в) $(x + y)(a + b + c)$; г) $(ab - c)(a^2b^2 - ab + 1)$. **32.11.** а) $-8\frac{2}{3}$; б) 0 ; в) 0 ;

г) -18 . **32.12.** а) -2 ; б) -1 ; 2 ; в) -3 ; г) 1 ; 3 . **32.15.** а) 60 ; б) $12\,500$; в) 32 ; г) 28 . **32.16.** а) 360 ; б) 100 ; в) 360 ; г) 200 . **32.17.** а) $(x + 2)(x + 4)$; б) $(x - 3)(x - 5)$; в) $(x + 1)(x + 2)$; г) $(x - 2)(x - 3)$. **32.18.** а) $(a - 1)(a - 6)$;

б) $(b - 1)(b + 10)$; в) $(y - 6)(y - 4)$; г) $(z + 2)(z - 20)$. **32.19.** а) $(a + 9b)(a - b)$; б) $(a + 11b)(a + 5b)$; в) $(x - 2y)(x + 6y)$; г) $(x + 3y)(x + 13y)$.

32.20. а) 1 ; 2 ; б) -5 ; -3 ; в) 2 ; 4 ; г) -1 ; 4 . **32.21.** а) $\frac{1}{2}$; 2 ; б) -3 ; $-\frac{1}{3}$;

в) -2 ; $\frac{3}{4}$; г) $-\frac{2}{3}$; 1 . **32.22.** а) $p = 2$, $p = 4$; б) $p = -2$; $p = 4$. **32.23.** а) $p = 3$;

$p = -1$; б) $p = 1$; $p = -5$.

§ 33 **33.6.** а) $(xy - 1)(xy + 1)$; г) $(7xy - 20)(7xy + 20)$. **33.7.** а) $(cd - m)(cd + m)$; г) $(xy - 0,5pq)(xy + 0,5pq)$. **33.8.** а) $(12a^2 - 25c)(12a^2 + 25c)$; г) $\left(2b^8 - \frac{1}{4}d^2\right)\left(2b^8 + \frac{1}{4}d^2\right)$. **33.9.** а) ± 7 ; б) ± 10 ; в) ± 25 ; г) ± 1 .

33.10. а) $\pm \frac{1}{2}$; б) $\pm \frac{7}{5}$; в) $\pm \frac{5}{6}$; г) $\pm \frac{1}{12}$. **33.16.** а) $(4a + 1)(16a^2 - 4a + 1)$;

в) $(8b - 5)(64b^2 + 40b + 25)$. **33.17.** а) $(ab - 1)(a^2b^2 + ab + 1)$; г) $(pq + 4)(p^2q^2 - 4pq + 16)$. **33.18.** а) $(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2)$; г) $(3x +$

$\div 7t)(9x^2 - 21xt + 49t^2)$. **33.21.** а) $(2y - 3)^2$; б) $(3m + 4)^2$. **33.22.** а) $(p + 5q)^2$; р) $(8t - z)^2$. **33.23.** а) $(3x + 4y)^2$; р) $(0,5x + 3y)^2$. **33.24.** а) $(a - 5)^2 \geq 0$; б) $-(a + 2)^2 \leq 0$; в) $(7 + a)^2 \geq 0$; р) $-(a - 6)^2 \leq 0$. **33.25.** а) 4900; б) 196; в) 8100; р) 8100. **33.26.** а) 45 600; б) 4720; в) 23 000; р) 3000. **33.27.** а) 12; б) -1,2; в) -16; р) $\frac{7}{3}$. **33.29.** а) $(x - 4)(x + 6)$; б) $y(y - 4)$; в) $(z + 4)(z + 16)$; р) $(t - 17)(t + 3)$. **33.30.** а) $(10 - m)(4 + m)$; б) $(11 - a)(29 + a)$; в) $(13 - n)(37 + n)$; р) $(24 - b)(b - 2)$. **33.31.** а) $(2 - y)(2 + 3y)$; б) $3(5a - 9)(5a + 3)$; в) $(-2t - 7)(4t - 7)$; р) $3(4b + 3)(6b - 1)$. **33.32.** а) $(a - b + 2)(a + b + 6)$; б) $(x - y - 13)(x + y + 3)$; в) $(m - n + 22)(m + n - 2)$; р) $(c - d + 22)(c + d - 24)$. **33.33.** а) $-(x + 2)(7x + 4)$; б) $-3(3y + 11)(5y - 1)$; в) $12(2z + 1)(9z + 1)$; р) $(5t - 2)(21t - 16)$. **33.34.** а) $\pm \frac{4}{5}$; б) $\pm \frac{14}{11}$; в) $\pm \frac{6}{5}$; р) $\pm \frac{20}{9}$. **33.35.** а) -0,5; 5,5; б) $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{2}$; в) $\frac{5}{11}$; $\frac{3}{11}$; р) -3; $\frac{1}{3}$. **33.36.** а) $-\frac{4}{3}$; -2; б) $-\frac{9}{2}$; $\frac{1}{3}$; в) $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{4}$; р) $\frac{19}{8}$; 6. **33.39.** б) $\left(\frac{4}{7}c + \frac{9}{10}d\right)\left(\frac{16}{49}c^2 - \frac{18}{35}cd + \frac{81}{100}d^2\right)$; в) $\left(\frac{5}{8}x - \frac{6}{7}y\right)\left(\frac{25}{64}x^2 + \frac{15}{28}xy + \frac{36}{49}y^2\right)$. **33.40.** а) $(a^2 - 2)(a^4 + 2a^2 + 4)$; р) $-\left(\frac{1}{4} + y^2\right)\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4}y^2 + y^4\right)$. **33.41.** а) $(xy - c)(x^2y^2 + xyc + c^2)$; в) $(a + mn^3)(a^2 + amn^3 + m^2n^6)$. **33.42.** а) $(0,5a^2 - b^3)(0,25a^4 + 0,5a^2b^3 + b^6)$; р) $\left(\frac{4}{9}m - \frac{7}{10}n^2\right)\left(\frac{36}{81}m^2 + \frac{14}{45}mn^2 + \frac{49}{100}n^4\right)$. **33.43.** а) $(2c - 3)(4c^2 + \div 12c + 21)$; б) $4(p - 1)(7p^2 - 20p + 16)$; в) $(k - 1)(k^2 - 8k + 19)$; р) $4(a + 1)(31a^2 + 44a + 16)$. **33.44.** а) $(b + 8)(91b^2 + 136b + 64)$; б) $(8p + 3q)(124p^2 - 42pq + 9q^2)$; в) $9(1 - x)(13x^2 - 12x + 3)$; р) $(3x + 11)(9x^2 - 15xy + 67y^2)$. **33.45.** а) $\left(\frac{3}{4}a - \frac{4}{3}b\right)^2$; б) $\left(\frac{3}{5}a^3b + \frac{5}{6}ab^3\right)^2$; в) $\left(b^4 + \frac{1}{2}a^2\right)^2$; р) $(0,1x^2 - y)^2$. **33.47.** а) 23; б) 10 000; в) $\frac{3}{8}$; р) 225. **33.48.** а) 1; б) 1; в) 1; р) 5.

§ 34 34.2. а) $x(x-9)(x+9)$; г) $2b(b-12)(b+12)$. 34.3. а) $c(c-0,5)(c+0,5)$; г) $3q(4p-5q)(4p+5q)$. 34.4. а) $q\left(\frac{4}{7}p-q\right)\left(\frac{4}{7}p+q\right)$; г) $mn\left(\frac{1}{3}n^2-\frac{7}{4}m\right)\left(\frac{1}{3}n^2+\frac{7}{4}m\right)$. 34.5. а) $5(a+b)^2$; б) $2(x+1)^2$; в) $3(m-n)^2$; г) $8(n-1)^2$. 34.6. а) $-3(x-2)^2$; б) $-2a(a-5b)^2$; в) $-5(p+q)^2$; г) $-4z(3z+1)^2$. 34.7. а) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$; г) $(x-z)(x+z)(x^2+z^2)$. 34.8. а) $4(m-n)(m^2+mn+n^2)$; в) $15(c+d)(c^2-cd+d^2)$. 34.9. а) $6xy(x^2-2y)(x^2+2y)$; б) $0,1xy(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$; в) $0,3y^2(1-3y^2)(1+3y^2)$; г) $3ab^2(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$. 34.10. а) $(m+1)(m^2+8m+19)$; б) $(c+2)(c^2-5c+13)$; в) $(a-17)(a^2-19a+109)$; г) $(b+8)(b^2+4b+16)$. 34.11. а) $(x-1)^2(x+1)^2$; б) $(y+1)^2(y^2+2y-1)$; в) $(c+3)^2(9-c^2-6c)$; г) $(3m+n)(5m-n)$. 34.12. а) $(a+b+c)(a+b-c)$; б) $(1-m-n)(1+m+n)$; в) $(4-x+y)(4+x-y)$; г) $(2-p-q)(2+p+q)$. 34.13. а) $(x-c-d)(x-c+d)$; б) $(a+1-b)(a+1+b)$; в) $(c+3-d)(c+3+d)$; г) $(r-s-5)(r+s+5)$. 34.14. а) $(x+y-m)(x+y+m)$; б) $(c-a+b)(c+a-b)$; в) $(m-n-4)(m+n-4)$; г) $(3-q-p)(3-q+p)$. 34.15. а) $(x-y)^2(x+y)$; б) $(c+d)(c-d+2)$; в) $(a+b)^2(a-b)$; г) $(m+2n)(m-2n-1)$. 34.16. а) $(x-3)(x-1)^2$; б) $(1-a)^2(1-2a)^2$. 34.17. а) $(a^2-2ab+4b^2)(a+2b+1)$; б) $(4c^2+2cd+d^2)(2c-d+1)$. 34.18. а) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2+x+2y)$; б) $(2p-q)(4p^2+2pq+q^2+2p-q)$. 34.19. а) $(a+2)(a^2-3a+4)$; б) $(b+1)(b^2-7b+1)$. 34.21. а) $(x-4)(x-6)$; б) $(y^2-10)(y-2)(y+2)$; в) $(b-1)(b+1)(b^2+5)$; г) $(a-5)(a-1)$. 34.22. а) $(2a-5b)(2a-b)$; б) $(3c-7d)(3c+d)$; в) $(5a-6b)(5a+2b)$; г) $(3m-8k)(3m-2k)$. 34.23. а) $(a+2)(a+5)$; б) $(x^2+3)(x^2+4)$; в) $(b+1)(b-4)$; г) $(y-1)(y+1)(y-2)(y+2)$. 34.24. а) $(x+2y)(x+3y)$; б) $(m-n)(4m-n)$; в) $(p+q)(p-2q)$; г) $(a+b)(a+6b)$. 34.25. а) 0; ± 1 ; б) 0; ± 4 ; в) 0; -1 ; г) 0. 34.26. а) -1 ; ± 2 ; б) ± 2 ; в) -1 ; ± 3 ; г) 1; ± 2 . 34.28. а) 14; б) 47; в) 45; г) 301. 34.29. а) 943; б) 37; в) 45; г) 279.

§ 35 35.3. а) z^7tw^{19} ; б) $-\frac{r^2}{m^4n^{17}}$; в) $-\frac{1}{a^{38}x^{12}z}$; г) $\frac{y^2}{bz^3}$. 35.4. а) $\frac{b}{3a}$; б) $-\frac{x^3}{7y^2}$; в) $-\frac{3d}{2}$; г) $\frac{5}{8p}$. 35.5. а) $\frac{3a}{4b}$; б) $\frac{2ab}{5}$; в) $\frac{1}{3c}$; г) $\frac{11d^4}{25c^2}$. 35.6. а) $-\frac{1}{3}$; б) $-\frac{a}{2b^2}$; в) $-\frac{2}{a}$; г) $-\frac{x^2}{2yz^2}$. 35.7. а) $\frac{1}{4(x-y)}$; б) $a-1$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{3}{n-1}$.

35.8. а) 1; б) $\frac{ab^4}{3}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{7y}{x}$. **35.9.** а) $x + 5$; б) $\frac{1}{8(z-15)}$; в) $(y-8)^2$;
 г) $\frac{a}{2(b-2)}$. **35.10.** а) $\frac{6}{7}$; б) $\frac{z}{x}$; в) $\frac{s}{5}$; г) $\frac{c}{2d}$. **35.11.** а) $-\frac{8}{9}$; б) $-\frac{a}{c}$; в) $-\frac{1}{2}$;
 г) $-\frac{1}{4}$. **35.12.** а) $-\frac{x}{y}$; б) $-\frac{x}{3y^2}$; в) $\frac{1}{2m^2}$; г) $\frac{1}{5n^2}$. **35.13.** а) $\frac{1}{y}$; б) $-q$; в) $-a$;
 г) $\frac{2d}{3}$. **35.14.** а) $2a + 3b$; б) $\frac{1}{3c-8}$; в) $6 + y$; г) $10 - 7d$. **35.15.** а) $\frac{x-3}{3}$;
 б) $-\frac{y+12}{y}$; в) $\frac{2-d}{3}$; г) $-\frac{c}{c+5}$. **35.16.** а) $\frac{ab-1}{3a}$; б) $-\frac{3a(a+2)}{4b}$;
 в) $\frac{a}{3(b-ac)}$; г) $-\frac{3a^2}{4b(b+c)}$. **35.17.** а) $a - 2$; б) $\frac{1}{5y+1}$; в) $x + 1$;
 г) $\frac{1}{2t+1}$. **35.18.** а) $\frac{x+y}{x-y}$; б) $\frac{d+2}{7d}$; в) $\frac{m-n}{m+n}$; г) $\frac{6p}{q-3}$. **35.19.** а) $a + b$;
 б) 1; в) $\frac{1}{x-y}$; г) 1. **35.20.** а) $\frac{1}{1-2p}$; б) $x - 3$; в) $c - 9$; г) $\frac{1}{5-2m}$.
35.21. а) $\frac{x-2}{3}$; б) $-\frac{a+1}{a}$; в) $\frac{4}{1-x}$; г) $\frac{3q}{q+8}$. **35.22.** а) $\frac{y+x}{y-x}$;
 б) $\frac{4c+1}{4c-1}$; в) $\frac{b+7}{b-7}$; г) $\frac{2n-m}{2n+m}$. **35.23.** а) $\frac{x-y}{2(x+y)}$; б) $\frac{m+3n}{4m}$;
 в) $\frac{2(2c-d)}{2c+d}$; г) $\frac{1-2n}{2n}$. **35.24.** а) $(a-b)^2$; б) $\frac{7y^2}{(x+y)^2}$; в) $\frac{1}{(p+q)^2}$;
 г) $\frac{(m-n)^2}{6mn}$. **35.25.** а) $\frac{1+c}{1+c+c^2}$; б) $\frac{4t^2-10t+25}{2t-5}$; в) $\frac{b+2}{b^2+2b+4}$;
 г) $-\frac{4z+3}{16z^2+12z+9}$. **35.26.** а) $-\frac{3(p+3)}{p^2+3p+9}$; б) $x^3 - y^3$; в) $\frac{2(2n-1)}{n(4n^2-2n+1)}$;
 г) $\frac{y^3}{y^3-1}$. **35.27.** а) 36; б) 93; в) 8; г) 0. **35.28.** а) 0,01; б) $\frac{5}{3}$; в) -11; г) -9.
35.29. а) -1; б) 2; в) $\frac{15}{8}$; г) $-\frac{15}{8}$. **35.30.** а) 18; б) 3; в) -0,6; г) 1.
35.31. а) $\frac{a^6c^6}{3b^4}$; б) $\frac{11y^5}{12xz^{11}}$; в) $\frac{10m^{11}r^3}{3n^{100}}$; г) $\frac{15p^{10}}{q^{11}t}$. **35.32.** а) $-\frac{2a(4b+c)}{bc}$;
 б) $\frac{y^n}{x^n(x-y)}$; в) $-\frac{ab^2}{2c(3c+2b)}$; г) $\frac{x^2}{y^2(3y-2x)}$. **35.33.** а) $\frac{a(5b-4a)}{2b}$;

б) $\frac{3b}{4a(2b^2 + a^2)}$; в) $\frac{2a}{b(3a - 5b)}$; г) $\frac{2b^3(b^2 + 3a^2)}{3a}$. **35.34.** а) $\frac{bc(2ac - b)}{13a}$;

б) $\frac{4xz^3}{y(x^2 + 5y^3)}$; в) $\frac{4}{xz(3x - y^2)}$; г) $\frac{2b(c^4 + 2d^4)}{ac^2}$. **35.35.** а) $\frac{3x^2(x + 2y)}{2y^2(x - 2y)}$;

б) $\frac{2a(2a^2 - 3c)}{bc^2(2a^2 + 3c)}$; в) $\frac{3b^2(3a + 2b)}{5a^2(3a - 2b)}$; г) $\frac{3x^2y(5x + 2y^2)}{5z(5x - 2y^2)}$. **35.36.** а) $\frac{x^n - y^n}{3(x^n + y^n)}$;

б) $\frac{b^2(a^n + 2)}{a(a^n - 2)}$; в) $\frac{a(a^n - 1)}{2(a^n + 1)}$; г) $\frac{2y(2x^n - 3y^n)}{xz(2x^n + 3y^n)}$. **35.37.** а) $-\frac{a + c}{b + a - c}$;

б) $\frac{x - 1}{2y + 3}$; в) $x - y$; г) $\frac{3y - 2}{x - 1}$. **35.38.** а) $\frac{x - y}{3 - 2x}$; б) $\frac{x + y + z}{x + y - z}$; в) $\frac{a - c}{a - x}$;

г) $\frac{3z + n}{5z - n}$. **35.39.** а) $\frac{4}{117}$; б) $\frac{5}{19}$; в) 10; г) 94,5. **35.40.** а) 80; б) 12;

в) 14; г) 130. **35.41.** а) $\frac{5}{11}$; б) $\frac{3}{2}$; в) 25; г) $\frac{3}{20}$. **35.42.** а) 2; б) $\frac{7}{11}$;

в) $\frac{9}{8}$; г) -4.

§ 36 36.12. а), б) $x \neq 0$, $x \neq 2$; в) $a \neq 0$, $a \neq \pm 3$; г) $a \neq 0$, $a \neq 3$, $b \neq 0$.

ГЛАВА 8

§ 37 37.28. а) (-1; 1), (1; 1); б) (-3; -9), (3; -9), в) (-2; 4), (2; 4); г) (0; 0). 37.29. а) (0; 0) и (2; 4); б) (0; 0) и (3; -9); в) (0; 0) и (-1; 1); г) (0; 0) и (-1; -1). 37.30. а) (2; 4) и (-1; 1); б) (3; -9) и (-2; -4); в) (-3; 9) и (2; 4); г) (-2; -4) и (1; -1). 37.31. а) (-3; 9) и (1; 1); б) нет точек пересечения; в) (-3; -9) и (1; -1); г) нет точек пересечения. 37.37. а) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 4$; б) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 2,25$; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 6,25$; г) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 9$. 37.38. а), б), в), г) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. 37.39. а) $y_{\text{наим}} = -4$, $y_{\text{наиб}} = 0$; б) $y_{\text{наим}} = -9$, $y_{\text{наиб}} = 0$; в) $y_{\text{наим}} = -2,25$, $y_{\text{наиб}} = 0$; г) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 0$. 37.40. а), б), в), г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 0$. 37.41. $B > A$. 37.42. $C > D$. 37.43. $M > N$. 37.44. $L = N$. 37.45. $P = Q$. 37.46. $B > A$. 37.47. $A > B$. 37.48. $R = S$. 37.49. а) (1; 1); б) (1; -1); в) (2; 4); г) (2; -4). 37.50. а) (-1; 1); б) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; в) $[-3; 3]$; г) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$. 37.51. а) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; б) (-3; 3); в) $[-2; 2]$; г) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$. 37.52. а) $-2 < x < -1$ и $1 < x < 2$; б) $-3 \leq x \leq -2$ и $2 \leq x \leq 3$.

§ 38 38.1. а) (2; 5); б) (-3; 9) и (3; 9); в) (1; -1); г) (0; 0) и (2; -4).
 38.2. а) ± 1 ; б) ± 2 ; в) 0; г) корней нет. 38.3. а) 0; 2; б) -3; 0; в) -2; 0;
 г) 0; -3. 38.4. а) 3; -2; б) -2; 1; в) -1; 2; г) -3; 2. 38.5. а) -1; 3; б) 1; 2;
 в) -3; 1; г) -3; 1. 38.6. а) (2; 2); б) (0; 0); (1; 1). 38.7. а) (-4; -12);
 б) (-1; 1). 38.8. а) (-3; -9) и (2; -4); б) (-2; -4) и (1; -1). 38.9. а) -3; 1;
 б) 1; 3; в) -3; -1; г) -2; 3. 38.10. а), б), в), г) Корней нет. 38.11. а) 1;
 б) -2; в) -1; г) 2. 38.12. а), г) Два корня; б), в) нет корней. 38.13. а) Нет
 корней; б), в), г) два корня. 38.14. а) -2; б) -1; в) 3; г) 1. 38.15. а) -3;
 б) 1; в) -2; г) 2. 38.16. а) $p = 0$ и $p = 9$; б) $p = -16$; в) $p = 0$, $p = -9$;
 г) $p = 4$.

§ 39 39.1. в) $f\left(7 - \frac{b}{8}\right) = 56 - b$; г) $f(-3c) - 1 = -24c - 1$. 39.2. в) $f(a +$

$+ 1) = 5a + 11$, $f(a) - 6 = 5a$; г) $f(a - 3) + 1 = 5a - 8$, $-f\left(\frac{a+6}{5}\right) = -a$.

39.3. в) $f(x^2) = -3x^2 + 2$, $f(x - 1)^2 = -3(x - 1)^2 + 2$, $(f(x))^2 = (-3x + 2)^2$,
 $(f(-x^2) - 1)^2 = (3x^2 + 1)^2$; г) $f(-x^3) = 3x^3 + 2$, $f(2x^3) = -6x^3 + 2$, $f(2x)^3 =$
 $= -24x^3 + 2$, $(f(2x))^3 = (2 - 6x)^3$. 39.4. г) $f(x) - 1 = x^2 - 1$, $f(-2x) + 1 =$
 $= 4x^2 + 1$, $2f(x) + 3 = 2x^2 + 3$, $-f(-x) + 3 = -x^2 + 3$. 39.5. г) $f(-x^3) =$
 $= -x^6$, $f(2x^3) = -4x^6$, $f(2x)^3 = -64x^6$, $-2f(x^3) = 2x^6$. 39.6. г) x^6 , $3x^6$,
 $9x^6$, $-729x^6$. 39.7. а) -5; б) -1,9; в) -2; г) 1. 39.8. а) ± 12 ; б) 0; -10;
 в) ± 10 ; г) 0; 8; 39.9. а) -6; 10; б) $\pm \frac{7}{2}$; в) -10; 8; г) $\pm \frac{11}{3}$. 39.10. а) 2;

б) 1; в) 4; г) -1. 39.11. а) 3; б) 11; в) -14; г) 5. 39.12. а) 0,7; б) -19,3;
 в) -5; г) -5. 39.13. а) 25; б) 23; в) -5; г) 25. 39.23. $f(x - 1) + f(x + 1) =$
 $= 2x^2 + 2$, $f(x + 2) - f(x) = 4x + 4$, $\frac{f(x) - 1}{f(x - 1)} = \frac{x + 1}{x - 1}$, $\frac{f(x + 2)}{f(x) - 4} = \frac{x + 2}{x - 2}$.

39.43. а) $b < 0$; $4 < b \leq 9$; б) $b = 0$; $b = 4$; в) $0 < b < 4$; г) $b > 9$.
 39.44. а) $b < 0$ и $1 < b \leq 4$; б) $b = 0$; $b = 1$; в) $0 < b < 1$; г) $b > 4$.
 39.45. а) $b > 0$; $-4 \leq b \leq -1$; б) $-1 < b \leq 0$; в) таких значений b нет;
 г) $b < -4$. 39.46. а) $b > 1$; $b = 0$; б) $0 < b \leq 1$; в) $b = -2$; г) $-2 < b < 0$;
 $b < -2$. 39.47. а) -8; ± 1 ; б) ± 2 ; в) 3; г) -10; 0. 39.48. а) ± 1 ; 2; б) -2;
 в) 3; г) 0; $2\frac{1}{3}$.

ГЛАВА 9

14. а) (0; 1), (3; 0); б) (0; -6), (5; 0); в) (0; 6), (-8; 0); г) (0; -8),
 (-5; 0). 17. а) (2; 2); б) (3; -2); в) (-2; 4); г) (-1; 3). 18. а) $y = -3x$;
 г) $y = 0,2x$. 20. а) $y = 4x - 5$; г) $y = \frac{1}{4}x + 4$. 21. а) $x > -2$; г) $x > -3$.

22. а) $x < -2$; г) $x < 2$. **23.** а) $(-\infty; -2)$; б) $[-3; +\infty]$; в) $[5; +\infty]$; г) $(-\infty; 2)$.
24. а) $(2; -1)$; б) $(2; 1)$; в) $(4; 1)$; г) $(3; 3)$. **25.** а), в) Решений нет;
 б), г) бесконечное множество решений. **33.** а) ± 3 ; б) $0; -2$; в) $0; -3$;
 г) решений нет. **34.** а) $-3; 2$; б) 1 ; в) $-1; 4$; г) -2 . **35.** а) $(-\infty; 2)$ и
 $(2; +\infty)$; б) $[-2; 1]$; в) $[-3; 3]$; г) $(-1; 2)$. **39.** г) $f(x + 3) = 4x + 11$,
 $f(2x - 1) = 8x - 5$, $f(1 - 2x)^2 = 16x^2 + 16x + 3$, $f(x - x^2) = -(2x - 1)^2$.
40. г) $f(x - 4) = 2x - 5$, $f(1 - x) = 5 - 2x$, $f(2x^2) - 4 = 4x^2 - 1$,
 $f\left(\frac{1}{2}x^3 - 1\right) = x^3 + 1$. **41.** г) $f(-x) = x^2$, $f(5 - x) = (5 - x)^2$, $f\left(\frac{x}{3}\right) + 1 =$
 $= \frac{x^2}{9} + 1$, $f(x^2 + 1) = (x^2 + 1)^2$. **42.** в) $f(z + 4) = -(z + 4)^2$, $f(z) + 4 =$
 $= -z^2 + 4$, $f(z^2 + 4) = -(z^2 + 4)^2$, $f(z + 4)^2 = -(z + 4)^4$. **43.** а) $x = 1,6$;
 б) $x = -2$. **44.** а) $x = 0,5$; б) $x = 2,5$. **45.** а) $x = 0$, $x = -7$; б) $x = -4$.
46. а) $p = 0$, $p = 4$; б) $p < 0$; в) $0 < p < 4$; г) $p > 4$.
47. а) $p = 0$ и $-2 < p < -1$; б) $p > 0$ и $-9 < p < -2$; в) $-1 < p < 0$;
 г) $p < -9$. **48.** а) $-\frac{1}{3}$; б) -1 ; в) $0,4$; г) 2 (есть исправление в усло-
 вии: ... ≈ 1). **49.** а) $0,3$; б) $17,5$; в) $-0,1$; г) 4 . **50.** а) $2,4$; б) $-\frac{1}{5}$; в) 9 ;
 г) $\frac{5}{3}$. **51.** а) -10 ; б) 3 ; в) 1 ; г) -9 . **52.** а) $-0,5$; б) $-0,8$; в) 4 ; г) $-2,5$.
53. а) $-9,4$; б) $\frac{5}{6}$; в) $-\frac{10}{9}$; г) $-2,5$. **54.** а), в) Решений нет; б), г) беско-
 нечное множество решений. **55.** 22; 36. **56.** 18; 54. **57.** 13; 91. **58.** 54;
 81. **59.** 112; 64. **60.** 35; 28; 21. **61.** 15; 9. **62.** 7 см, 14 см, 10 см.
63. 40° , 120° , 20° . **64.** 8 см, 6 см, 10 см. **65.** 40° , 60° , 80° . **66.** 22 чело-
 века, 44 человека, 53 человека. **67.** 7 человек, 12 человек, 14 чело-
 век. **68.** 15 км/ч. **69.** 12 км/ч, 15 км/ч. **70.** 18 деталей в час. **71.** 25, 27,
 29. **72.** 50 км/ч, 60 км/ч. **73.** 30 м, 84 м. **74.** 12 вагонов, 24 вагона.
75. 1,5 кг. **76.** 200 кг. **77.** 32 км. **78.** 1 ч 12 мин. **79.** 15 км/ч.
80. 157 км. **81.** 75 км/ч, 80 км/ч. **82.** 8 км/ч. **83.** 3 км/ч. **84.** 90 000 р.,
 36 000 р., 15 000 р. **85.** а) $(-1; 1)$; б) $(2; 11)$; в) $(-2; -5)$; г) $(-6; -2)$.
86. а) $(3; 11)$; б) $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$; в) $(-3; -1)$; г) $\left(-\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. **87.** а) $(2; -3)$; б) $(3; 5)$;
 в) $(1; -2)$; г) $(1; 2)$. **88.** а) $(-3; 1)$; б) $\left(\frac{5}{3}; \frac{3}{4}\right)$; в) $(1; -2)$; г) $\left(4; \frac{10}{3}\right)$.

89. а), г) Бесконечное множество решений; б), в) нет решений.
90. 120 р., 90 р. 91. 60 р., 150 р. 92. 100 км/ч, 60 км/ч. 93. 3 км/ч, 5 км/ч. 94. 27 км/ч. 95. 2,5 км/ч. 96. 13 км/ч. 97. 52 монеты пятирублевые, 84 монеты двухрублевые. 98. 7 автобусов, 8 автобусов. 99. 40 л, 30 л. 100. 40 т, 100 т. 101. 40 деталей, 30 деталей. 102. 73. 103. 76 и 24. 104. 25. 105. 1 см и 5 см или 2 см и 4 см, или 3 см и 3 см. 106. 60 км/ч, 80 км/ч. 107. а) 337; б) -24; в) 26; г) -24. 108. а) 36; б) -88; в) 40; г) 18. 109. а) 2; б) 6; в) 9; г) 16. 110. а) 26; б) 63; в) 1; г) 12. 111. а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{7}{45}$; в) $\frac{1}{12}$; г) 12. 112. а) 3; б) $\frac{1}{8}$; в) 3; г) $\frac{3}{2}$.
119. а) a^{11} ; б) d^{14} ; в) f^{16} ; г) x^{17} . 120. а) $x^{10}y^9$; б) $s^{29}t^{14}$; в) $k^{19}l^{23}$; г) a^7b^{19} . 121. а) $256x^{21}$; б) $625y^{20}$; в) $729y^{20}$; г) $2x^3$. 122. а) 1; б) a^6b ; в) 1; г) b . 123. а) $-36x^6y^3$; б) $\frac{1}{3}p^3q^{12}$; в) m^6n^6 ; г) $3b^4$. 124. а) 2; б) -5; в) 6; г) -2.
125. а) ± 1 ; б) ± 2 ; в) ± 2 ; г) ± 3 . 126. а) 1; б) $\pm \frac{3}{5}$; в) $\frac{2}{3}$; г) ± 2 . 127. а) -1; б) -2; в) 2; г) $\frac{5}{3}$. 128. а) 7; б) 7; в) 5; г) 2. 129. а) 1; б) 2; в) 2; г) 0.
130. а) -2; б) 1; в) 3; г) -1. 131. а) -3; б) $\frac{8}{3}$; в) $\frac{2}{3}$; г) -1; 5; г) 1; $-\frac{3}{7}$.
132. а) 6 см, 8 см, 12 см. 133. 6 см, 8 см, 12 см. 135. а) $5 - 5m$; б) $6a^2 - 5ab + 6b^2$; в) $1 - 6n - 2n^2$; г) $4x^2 - 7xy - y^2$. 136. а) $72 + a - a^2$; б) $6b^2 - 5bc - 6c^2$; в) $-b^2 + 16b - 15$; г) $-4a^2 + 17ac - 15c^2$. 141. а) $3b - 3a$; б) $a^2 + b^2$; в) $-2m - n$; г) $14mn$. 142. а) $34 - 6x$; б) $8a^3 + b^2a$; в) $8a^2 + 6ab + 2b^2$; г) $2y + 27$. 144. а) -2,5; б) 2; в) 5; г) -1. 145. а) $\frac{5}{12}$; б) -0,1; в) 1; г) 4,5. 146. а) $-\frac{3}{2}$; б) -2; в) $\frac{1}{3}$; г) -1. 150. а) $(x - y)(2 + x)$; б) $(m - 2)(4m - n)$; в) $(a + b)(a - 7)$; г) $(2p + q)(3q + 1)$. 152. а) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$; г) $(15m - n^2)(15m + n^2)$. 153. а) $2(2x - y)(2x + y)$; б) $x(4x - y)(4x + y)$; в) $3(x - 3z)(x + 3z)$; г) $yz(y - 5z)(y + 5z)$. 154. а) $(x + y)(x - y + 2)$; б) $(p - q)(p + q - pq)$; в) $(a - b)(3 - a - b)$; г) $(m - n)(m + n + m^2)$. 156. а) $-8(x + 2)(x - 1)$; б) $(x - 4)(3x + 2y)$; в) $(3 - a)(21 + a)$; г) $(4 - z)(3z - 2)$. 158. а) $5(p - 3q)^2$; б) $xz(x + 2z)^2$; в) $2(c + 5d)^2$; г) $3n(m - 1)^2$. 159. а) $(x - 2)(x - 3)$; б) $(t + 5)(t + 1)$; в) $(z - 4)(z - 2)$; г) $(y + 8)(y + 1)$. 160. а) ± 12 ; б) $\pm 1\frac{1}{9}$; в) ± 14 ; г) $\pm 1\frac{8}{15}$.

- 161.** а) 0; ± 6 ; б) 0; $\pm 0,5$; в) 0; $\pm \frac{1}{7}$; г) 0; ± 4 . **162.** а) 3; б) -3,5; в) -7; г) $\frac{1}{6}$. **163.** а) 0; -8; б) 0; 2,5; в) 0; $\frac{1}{9}$; г) 0; $-\frac{2}{3}$. **164.** а) ± 3 ; б) 0; ± 4 ; в) ± 2 ; г) 0; ± 5 . **165.** а) -2; 4; б) -10; 8; в) -8; 4; г) -3; 17. **166.** а) -1; 3; б) $-\frac{5}{3}$; 1; в) -1; $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{2}{3}$; 1. **167.** а) -2; -1; б) -1; 5; в) 3; 4; г) -1; 6. **170.** а) 4899; б) 1596; в) 8099; г) 3596. **171.** а) 8281; б) 3481; в) 6724; г) 4624. **172.** а) $\frac{1}{4}$; б) 77; в) $\frac{4}{7}$; г) $\frac{5}{36}$. **173.** а) $\frac{4b}{3ac^3}$; б) $\frac{1}{3mp^2}$; в) $\frac{3x}{2y}$; г) $3qr^2$. **174.** а) $\frac{1}{a}$; б) $\frac{3}{p}$; в) $-\frac{8}{9}$; г) $\frac{x}{2y}$. **175.** а) $a + 2$; б) $\frac{1}{3n - m}$; в) $k - 4$; г) $\frac{1}{p - 2q}$. **176.** а) $b - 5$; б) $\frac{1}{2m + 3}$; в) $t - 6$; г) $\frac{1}{5k + 2l}$. **177.** а) $\frac{1}{2p + 1}$; б) $9a^2 - 6a + 4$; в) $\frac{1}{3 - 4z}$; г) $\frac{1}{25 - 10m + 4m^2}$. **178.** а) $\frac{3x - 1}{3x + 1}$; б) $\frac{2m + 3n}{2m - 3n}$; в) $\frac{4a - 5b}{4a + 5b}$; г) $\frac{6t + s}{s - 6t}$. **179.** а) $\frac{5x - 2y}{2y}$; б) $\frac{3b^2}{6a - b}$; в) $\frac{2s - 3t}{3s}$; г) $\frac{9k}{k^2 - 3kl + 9l^2}$. **180.** а) $\frac{4a - b}{16a^2 + 4ab + b^2}$; б) $\frac{4p^2 - 6pq + 9q^2}{2p + 3q}$; в) $\frac{25x^2 + 5xy + y^2}{5x - y}$; г) $\frac{9n^2 - 12mn + 16m^2}{3n + 4m}$. **181.** а) $\frac{1 + 2t}{1 + t}$; б) $\frac{4 - m}{m - 1}$; в) $\frac{1 - 4b}{1 + b}$; г) $\frac{4 + k}{k + 1}$. **182.** а) $\frac{p - t}{1 + 2t}$; б) $\frac{m^2 + m + 1}{4m + 3n}$; в) $\frac{a - b}{1 - b}$; г) $\frac{6k + 5l}{k^2 - k + 1}$. **183.** а) $\frac{m - n}{2m(4 - 6n + 9n^2)}$; б) $\frac{2x}{x - 1}$; в) $\frac{a - b}{3ab(1 + 4b)}$; г) $\frac{p^2}{3p + 4q}$. **184.** а) $\frac{a + 2}{1 + b}$; б) $\frac{c - 3 - d}{c - 3}$; в) $\frac{2 + x}{x + y}$; г) $\frac{2a + b + ab}{2a - b}$. **185.** а) $-\frac{x + 7}{x + 1}$; б) $\frac{2t - 9}{2t + 3}$; в) $\frac{x - 13}{x - 11}$; г) $\frac{4 + 5x}{6 - 5x}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1 П.1. а) -2, 5, -9, -2, 0, 5, -2, 0, 5, -2; б) 10; в) 14; г) -2; д) 3; е) 4; ж) одну пятую; з) 20%; и) 50%; к) 60%; л) 70%; м) 40%.

П.2. а)

Точки	А и В	А и С	А и D	А и E	В и С	В и D	В и E	С и D	С и E	D и E
Расстояние	1	2	3	6	1	2	5	1	4	3

б) 10; в) 5; г) 1, 30%; д) 1, 2, 3, 4, 5, 6;

е)	Различные значения расстояний	1	2	3	4	5	6
	Сколько раз встретилось расстояние	3	2	2	1	1	1

ж) 20%.

П.3. а) 7, 3, 7, 0, 4, 7, 7, 4, 7, 17; б) 17; в) 17; г) 10.

П.4. а)	Различные результаты (в порядке возрастания)	0	3	4	7	17
	Сколько раз встретился результат	1	1	2	5	1

б) 10%; в) 7, 50%. П.5. а) 20; б) 6; в) 18; г) 60. П.6. 81; а) 18; б) 4; в) 20. П.7. б) 6; в) 12; г) 21.

2 П.8. а) 7, 0, 0, 2, 2, 0, 0, -2, -2, -4, -4, -2, -2, 0, 7; б) 15, 11; в) -4, -4, -2, -2, -2, -2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 2, 7, 7; г) 0, 5; д) 2; е) 4; ж) 2; з) 2. П.9. а) 3, 2, -1, 1, 0, 0, 3, 3, 2, 3, 3, -1, -1; б) 13, 4; в) -1, -1, -1, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3; г) 3, 5; д) 3, 2, 1, 2;

е)	Результат измерения (коэффициент при x)	-1	0	1	2	3
	Сколько раз встретился	3	2	1	2	5

ж) найденная сумма 13 — это количество всех данных измерения; з) нет. П.10. а) 6, 9, 5, 3;

б)	Результат измерения (оценка за к/р)	«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
	Сколько раз встретился	2	3	5	9	6

в) «н» — 8%; «2» — 12%; «3» — 20%; «4» — 36%; «5» — 24%.

П.11. а)	Результат измерения (оценки мальчиков)	«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
	Сколько раз встретился	1	2	2	5	4

в)	Результат измерения (оценки девочек)	«н»	«2»	«3»	«4»	«5»
	Сколько раз встретился	1	1	3	4	2

П.12. а)

	Сумма		Сумма
Вова	18	Виталик	27
Вася	27	Вадим	18
Витя	27	Владик	26
Валера	18	Витас	18
Веня	17	Ваня	24

б) Веня; в) их трое: Вася, Витя, Виталик; г) 10, 10. П.13. а) Трое;
б) четверо;

в)

Результат измерения (сумма мест прыгунов)	17	18	24	26	27
Сколько раз встретился	1	4	1	1	3

П.14. а) 25; б) 10; в) 15; г) 8. П.15. а) 5; б) 5; в) 5; г) 5.

3

П.16. а) $t, l, p, l, p, q, p, p, q, p$;

б)

Прямая	l	m	p	q
Какие точки лежат на прямой	B, D	A	C, E, G, H, K	F, J
Сколько точек лежит на прямой	2	1	5	2

в) 10; г) $p, 5$; д) 50%. П.17. а) $A, A, C, D, D, C, A, D, B, E$;

б)

Точка	A	B	C	D	E
Какие прямые проходят через точку	1), 2), 7)	9)	3), 6)	4), 5), 8)	10)
Сколько прямых проходит через точку	3	1	2	3	1

в) 10; г) B и E ; д) A и D .

П.18. а) 11, 10, 7, 5, 5, 1, 11, 7, 10, 5, 4, 14, 12, 2, 7, 7, 11, 7, 1, 1, 9, 5, 3, 12, 3, 7, 15, 7, 10; б) 3; в) 7; г)

N — количество букв	1	2	3	4	5	7	9	10	11	12	14	15
Сколько слов состоит из N букв	3	1	2	1	4	7	1	2	3	2	1	1

П.19. а) в, с, с, р, д, в, з, к, с, ч, в, р, в, и, к, с, д, с, а, в, ч, ч, т, в, п, к, р, с, п; б) 6;

в) а, в, в, в, в, в, в, д, д, з, и, к, к, к, п, п, р, р, р, с, с, с, с, с, с, т, ч, ч, ч;

г)

Первая буква слова	а	в	д	з	и	к	п	р	с	т	ч
Сколько слов начинаются с этой буквы	1	6	2	1	1	3	2	3	6	1	3

П.20. а) 200; б) 16%; в) 58%; г) 17%. **П.21.** а) 2; б) 106; в) 44,75%; г) от 1400 до 1900 штук. **П.22.** а) 0,4; б) 0,2; в) 0,6; г) 0,4. **П.23.** а) 20; б) 8; в) 6; г) 2.

4 **П.24.** а) 2; б) 8; в) 6; г) 24.

П.25. а)

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
k встретилось	/	/	/	//	//		/

б)

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
k встретилось	//	//	//	///	//		/

в)

k — показатель степени	2	3	4	5	6	7	8
k встретилось	///	///	///	///	///		/

г)

k — показатель степени	2	3	4	5	6	8
k встретилось	///	///	///	///	///	/
Сколько всего раз встретилось k	3	5	5	5	5	1

П.26. а) 2; б) 18; в) 16; г) 24; д) да, 1 раз; е) нет;

ж)

k — показатель степени	2	3	4	5	6	8	9	10	12	17	18
Сколько всего раз встретилось k	4	5	5	3	1	1	1	1	1	1	1

з) 11. **П.27.** а) 4%; б) 3; в) 300;

г)

Номер игры	1	2	3	4	5	6	Всего: 6 игр
Кол-во проданных игр	33	69	33	102	12	51	Всего: 300 штук

П.28. а) № 1 и № 3; б) № 2 и № 4 или № 4 и № 6; в) № 2 и № 6; г) № 1, 2, 3, 5.

П.29. а) 5%; б) 400; в) 4; г) 260.

П.30. а)

Оценка	«н»	«2»	«3»	«4»	«5»	Всего: 5 оценок
Число получивших оценку	20	40	80	160	100	Всего: 400 человек

б) размах не определен: нельзя из «5» вычесть «н»; в) 4, 160.

П.31. а) 10; б) 5; в) 10; г) 1. **П.32.** а) 20; б) 12; в) 0; г) 2.

5 **П.33.** а) 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 9; б) 9; 14; в) $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{14}$; г) 2 и 3.

П.34. а), б), в)

Результат	0	1	2	3	5	9	Всего: 6
Сколько раз встретился	2	2	4	4	1	1	Сумма: 14
Частота результата	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	Сумма: 1

г) нет, так как числитель дроби больше нуля. **П.35.** а) $\frac{5}{59}$; б) $\frac{1}{59}$;

в) $\frac{5}{59}$; г) $\frac{3}{118}$. **П.36.** а) 12; б) 0; в) 6; г) 0,5.

П.37. а)

a	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1	2	2	2
b	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
$2a^2 \cdot b^3$	0	2	16	0	0	0	0	2	16	0	8	64

б)

Значение $2a^2 \cdot b^3$	0	2	8	16	64	Всего: 5
Сколько раз встретилось	6	2	1	2	1	Сумма: 12

в)

Значение $2a^2 \cdot b^3$	0	2	8	16	64	Всего: 5
Частота значения	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	Сумма: 1

П.38. а) $\frac{7}{22}$; б) $\frac{3}{38}$; в) $\frac{5}{37}$; г) $\frac{1}{4}$. **П.39.** а) -1, -1, -1, 1, 1, 4, 12, 12, 12, 12, 12, 12;

б)

-1	1	4	12	Всего: 5 значений
3	2	1	6	Сумма: 12

в) $\frac{1}{2}$;

г)

-1	1	4	12	Всего: 5 значений
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	Сумма: 1

П.40. а) 125; б) 27; в) 0, так как из трех натуральных чисел два имеют одинаковую четность; г) 8. **П.41.** а) $22x^4$; б) в последнем столбце получатся одночлены: $22x^4$, $87x^4$, $27x^4$, $92x^4$, $23x^4$, $88x^4$, $28x^4$, $93x^4$; в) 8; г) 3.

6 **П.42.** а) 17, 10; б) -1, 6; в) $\frac{6}{17}$; г) 0,353, 35,3%. **П.43.** а) $\frac{2}{17}$, 0,118, 11,8%; б) «-3» — 11,8%, «-1» — 35,3%, «2» — 23,5%; «4» — 17,6%;

в) Результат	3	-1	2	4	7
Частота, %	11,8	35,3	23,5	17,6	11,8

г) -3, 4, 7. **П.44.** а) 1; 1; б) 13;

в) Количество переменных	1	2	3	4	5	Всего: 5 значений
Сколько раз встретилось	1	3	3	4	2	Сумма: 13

П.45. а) 7,7%; б) 30,8%;

в) Количество переменных	1	2	3	4	5	Всего: 5 значений
Частота, %	7,7	23,1	23,1	30,8	15,4	Сумма: = 100 %

П.46. а) 7; б) 40,5%; в) 21,6%; г) 3024. **П.47.** а) 2226; б) 5250; в) 1372;

г) Игрок	Анюков	Аршавин	Жирков	Зырянов	Колодин	Павлюченко	Семак	Семшов
Число «за»	266	2226	1512	343	5884	1512	462	91

П.48. а) 5, 7, 7, 8, 5, 5, 3;

б) Степень многочлена	3	5	7	8	Всего: 4 значения
Сколько раз она встретилась	1	3	2	1	Сумма: 7

в) Степень многочлена	3	5	7	8	Всего: 4 значения
Частота, %	14,3	42,9	28,6	14,3	Сумма: 100,1 = 100

П.49. а) 6, 4, 1, 6, 6, -1, 6;

б) Коэффициент	-1	1	4	6	Всего: 4 значения
Сколько раз он встретился	1	1	1	4	Сумма: 7

в) Коэффициент	-1	1	4	6	Всего: 4 значения
Частота, %	14,3	14,3	14,3	57,1	Сумма: 100

П.50. а) 1; б) 0; в) 0,5; г) $\frac{1}{3}$. **П.51.** а) 1; б) 0; в) 0,5; г) $\frac{1}{3}$.

7 **П.52.** а) 200; б) отрицательные; в) 20,5%; г) 41. **П.53.** а) 7; б) 26; в) 88;

г) Корень уравнения	-9	-6	-5	-2	-1	0	3	5	7	8	Всего: 10
Сколько раз он встретился	7	26	8	19	28	41	25	18	12	16	Сумма: 200

П.54. а) m , 1 раз; б) 30;

в)

Переменная	a	b	c	k	m	n	x	y	z	Всего: 9
Сколько раз встретилась	3	2	4	2	1	3	7	5	3	Сумма: 30

П.55. а) 9; б) 6;

в)

Группа переменных	Первая ($a, b, \dots, i, j$)	Вторая ($k, l, m, \dots, s$)	Третья ($t, u, \dots, z$)	Всего: 3
Сколько раз встретились буквы	9	6	15	Сумма: 30

г)

Группа переменных	Первая ($a, b, \dots, i, j$)	Вторая ($k, l, m, \dots, s$)	Третья ($t, u, \dots, z$)	Всего: 3
Частота, %	30	20	50	Сумма: 100

П.56. а)

Игрок	Аня	Ася	Антон	Белла	Боря	Богдан	Вера	Вита	Витя
Сумма	14	17	16	15	21	15	8	18	11

б) Боря, Вита, Вера; в) 27; г) 77,8%.

П.57. а)

Команда	А	Б	В
Сумма очков	47	51	37

б) Б; в) 24; г) 70,8%.

П.58. а)

	Девочки	Мальчики
Сумма очков	72	63

б) $\frac{72}{5} = 14,4$; в) $\frac{63}{4} = 15,75$; г) мальчики. **П.59.** а) 3, 2, 2, 4, 2, 3, 4, 2, 4, 3, 4, 2;

б)

Число сомножителей	2	3	4
Сколько раз встретилось	5	3	4

в)

Число сомножителей	2	3	4
Частота, %	41,7	25	33,3

П.60. а) 6; б) $\frac{a^3 - a}{a - 1}$, $\frac{a^3 - a}{a + 1}$; в) $\frac{a^2 + a}{a - 1}$; г) 2. **П.61.** а) $\frac{5}{6}$; б) 0; в) $\frac{1}{3}$; г) 0,5.

8 **П.62.** а) 8;

б)

Промежуток	От 0 до 50	От 50 до 100
Число значений функции $y = x^2$	8	2

в) Промежуток	От 0 до 50	От 50 до 100
Частота значений функции $y = x^2$, %	80	20

П.63. а) 3;

б) Промежуток	От 0 до 25	От 25 до 50	От 50 до 75	От 75 до 100
Число значений функции $y = x^2$	5	3	1	1

в) Промежуток	От 0 до 25	От 25 до 50	От 50 до 75	От 75 до 100
Частота значений функции $y = x^2$, %	50	30	10	10

П.64. а) 15; б) 5;

в) Промежуток	От 0 до 200	От 200 до 400	От 400 до 600	От 600 до 800	От 800 до 1000
Число значений функции $y = x^2$	15	5	5	4	1

г) Промежуток	От 0 до 200	От 200 до 400	От 400 до 600	От 600 до 800	От 800 до 1000
Частота значений функции $y = x^2$, %	50	16,7	16,7	13,3	3,3

П.65. а) Промежуток	От 0 до 300	От 300 до 600	От 600 до 1000
Число значений функции $y = x^2$	18	7	5

б) Промежуток	От 0 до 300	От 300 до 600	От 600 до 1000
Частота значений функции $y = x^2$, %	60	23,3	16,7

г) Например, от 0 до 99, от 99 до 399, от 399 до 1000.

П.66. а) 25;

в) Положение точки	Ниже графика	На графике	Выше графика
Число точек	10	5	10

П.67. Положение точки	Ниже графика	На графике	Выше графика
Число точек	28	7	35

П.68. а) 36; б) 1, 5, 9, 13, ..., 29, 33; $4n + 1$; в) 3; г) 4.

П.69. а)

Расход, кВт/час	От 0 до 100	От 100 до 200	От 200 до 300	От 300 до 400	От 400 до 500
Число квартир	3	13	11	5	4

б)

Расход, кВт/час	От 0 до 100	От 100 до 200	От 200 до 300	От 300 до 400	От 400 до 500
Частота, %	8,3	36,1	30,6	13,9	11,1

в)

Расход, кВт/час	От 0 до 150	От 150 до 300	От 300 до 450
Число квартир	10	17	9

г)

Расход, кВт/час	От 0 до 150	От 150 до 300	От 300 до 450
Частота, %	27,8	47,2	25

П.70. а) 4; в) 3; г) 2. **П.71.** а) 1; б) 0; в) 1; г) 0,5.

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Таблица квадратов чисел до 30

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841

Таблица некоторых степеней однозначных чисел

Основание	Показатель								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729				
5	25	125	625	3125					
6	36	216	1296						
7	49	343							

Свойства степени с натуральным показателем

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}, n > m$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Формулы сокращенного умножения

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

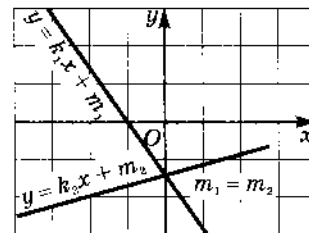
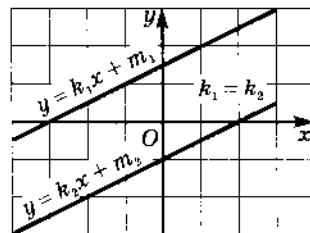
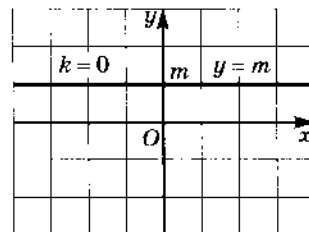
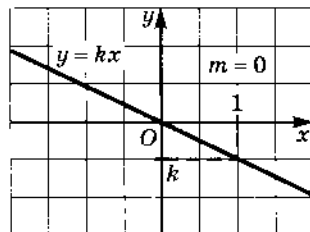
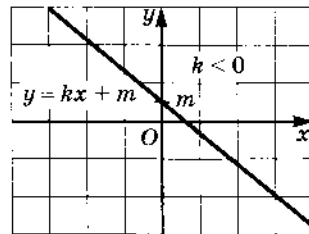
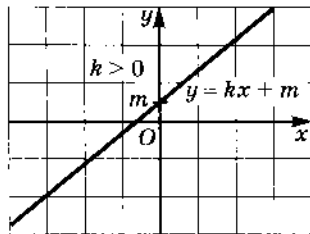
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

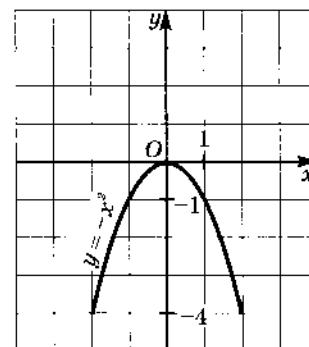
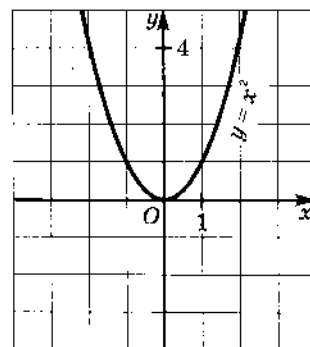
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Линейная функция



Функции $y = x^2$ и $y = -x^2$



ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие для учителя	3
<i>Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ</i>	
§ 1. Числовые и алгебраические выражения	5
§ 2. Что такое математический язык	12
§ 3. Что такое математическая модель	15
§ 4. Линейное уравнение с одной переменной	22
§ 5. Координатная прямая	27
Домашняя контрольная работа № 1	31
<i>Глава 2. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ</i>	
§ 6. Координатная плоскость	34
§ 7. Линейное уравнение с двумя переменными и его график	40
§ 8. Линейная функция и ее график	44
§ 9. Линейная функция $y = kx$	52
§ 10. Взаимное расположение графиков линейных функций	57
Домашняя контрольная работа № 2	61
<i>Глава 3. СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ</i>	
§ 11. Основные понятия	63
§ 12. Метод подстановки	66
§ 13. Метод алгебраического сложения	70
§ 14. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными как математические модели реальных ситуаций	75
Домашняя контрольная работа № 3	79

Глава 4. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЕ СВОЙСТВА

§ 15. Что такое степень с натуральным показателем	82
§ 16. Таблица основных степеней	86
§ 17. Свойства степени с натуральными показателями ...	89
§ 18. Умножение и деление степеней с одинаковыми показателями	92
§ 19. Степень с нулевым показателем	95
Домашняя контрольная работа № 4	97

Глава 5. ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

§ 20. Понятие одночлена. Стандартный вид одночлена ...	99
§ 21. Сложение и вычитание одночленов	101
§ 22. Умножение одночленов. Возведение одночлена в натуральную степень	106
§ 23. Деление одночлена на одночлен	110
Домашняя контрольная работа № 5	111

*Глава 6. МНОГОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ
НАД МНОГОЧЛЕНАМИ*

§ 24. Основные понятия	113
§ 25. Сложение и вычитание многочленов	117
§ 26. Умножение многочлена на одночлен	119
§ 27. Умножение многочлена на многочлен	124
§ 28. Формулы сокращенного умножения	126
§ 29. Деление многочлена на одночлен	132
Домашняя контрольная работа № 6	135

Глава 7. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

§ 30. Что такое разложение многочленов на множители и зачем оно нужно	137
§ 31. Вынесение общего множителя за скобки	139
§ 32. Способ группировки	141
§ 33. Разложение многочленов на множители с помощью формул сокращенного умножения	144
§ 34. Разложение многочленов на множители с помощью комбинации различных приемов	149

§ 35. Сокращение алгебраических дробей	151
§ 36. Тождества	157
Домашняя контрольная работа № 7	159
<i>Глава 8. ФУНКЦИЯ $y = x^2$</i>	
§ 37. Функция $y = x^2$ и ее график	161
§ 38. Графическое решение уравнений	169
§ 39. Что означает в математике запись $y = f(x)$	171
Домашняя контрольная работа № 8	182
<i>Глава 9. ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ</i>	
Приложение	207
Ответы	238
Справочный материал	267

Учебное издание

**Мордкович Александр Григорьевич,
Александрова Лидия Александровна,
Мишустина Татьяна Николаевна и др.**

АЛГЕБРА

7 класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Вахтина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*.
Корректоры *Л. С. Щербакова, И. Н. Ваханова*
Компьютерная верстка: *Т. В. Ватракова, А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.003577.04.09 от 06.04.2009.
Подписано в печать 29.04.09. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная № 1.
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,0.
Тираж 150 000 экз. Заказ № 0903830.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел./факс: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru
www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина»
(розничная и мелкооптовая продажа книг, «КНИГА ПОЧТОЙ».)
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел./факс: 8 (495) 783 8284; тел. 8 (495) 783 8285.
E-mail: magazin@mnemozina.ru

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru



Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

